

SÉRIE A, N° 3823

N° D'ORDRE :

4674

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

MARCEL RIMPAULT

1^{re} THÈSE. — CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE LA PRODUCTION ASSOCIÉE
DES PARTICULES ÉTRANGES.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 31 Janvier 1962 devant la Commission d'examen.

MM. JEAN	<i>Président.</i>
D'ESPAGNAT	} <i>Examineurs.</i>
MEYER.....	
GOURDIN	<i>Invité.</i>

BORDEAUX
IMPRIMERIE SAMIE

21-23, rue Teulère

1962





Digitized by the Internet Archive
in 2026

En remarquant que

$$\delta_4(p + q - k) \delta_4(p' + q' + k) = \delta_4(p + q - k) \delta_4(p + q + p' + q').$$

Nous obtenons en intégrant sur k et comme $(p + q)^2 = -t$:

$$T_{fi}^{(B)} = \frac{gg'}{t - m_z^2} \bar{u}_{X'}(-p') \Gamma u_X(p).$$

Donc, dans les deux cas :

$$(A^{(B)}, B^{(B)}) = \frac{gg'}{t - m_z^2} (-1, 0)$$

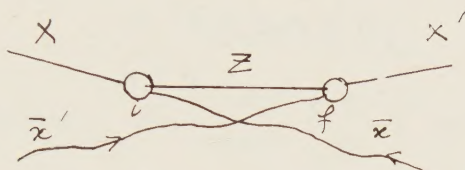
(3)

Avec le facteur commun pour A et B :

$$\frac{gg'}{s - M_z^2}.$$

Remarque.

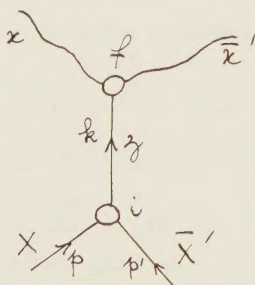
Le diagramme suivant de la voie II



se calcule de la même manière que le diagramme précédent, avec simplement un échange de q et q' , c'est-à-dire de Δ en $-\Delta$, donc dans $B^{(B)}$ en $-B^{(B)}$.

B. — La réaction est du type 2.

Nous avons à calculer le diagramme :



où z est un boson de masse m_z , de quadrimoment k , de spin 0 ; il introduit de l'élément de matrice S correspondant au diagramme le facteur

$$\frac{-i}{k^2 + m_z^2}.$$

Nous en déduisons :

$$\begin{aligned} \delta_4(p + q + p' + q') T_{fi}^{(B)} = & -gg' \int \bar{u}_{X'}(-p') \frac{1}{k^2 + m_z^2} \Gamma u_X(p) \\ & \times \delta_4(p + q - k) \delta_4(p' + q' + k) d_4 k. \end{aligned}$$

Par suite :

$$T_{fi}^{(B)} = gg' \bar{u}_{X'}(-p') \Gamma'' \frac{i(\mathbf{p} + \mathbf{q}) - M_Z}{s - M_Z^2} \Gamma u_X(p) \quad (1)$$

Remarquons que :

$$q - q' = 2 \Delta$$

$$q + q' = -p - p'$$

d'où

$$q = \Delta - \frac{p + p'}{2},$$

et

$$q + p = \Delta + \frac{p - p'}{2}.$$

Par ailleurs, l'équation de Dirac nous donne :

$$\mathbf{p} u_X(p) = i M u_X(p)$$

et

$$\bar{u}_{X'}(-p')(-\mathbf{p}') = i M' \bar{u}_{X'}(-p').$$

Enfin rappelons que $\mathbf{p}$ et $\mathbf{p}'$ anticommulent avec γ_5 .

Nous en déduisons les résultats suivants :

Γ	Γ''	A	B
$i\gamma_5$	$i\gamma_5$	$-M_Z + \frac{M + M'}{2}$	1
1	1	$M_Z + \frac{M + M'}{2}$	1
1	$i\gamma_5$	$M_Z + \frac{M - M'}{2}$	1
$i\gamma_5$	1	$M_Z - \frac{M - M'}{2}$	-1

(2)

où Z est un baryon de masse M_Z , de quadrimoment P et de spin $1/2$. Appliquons les règles de Feynman pour le calcul de l'élément de matrice S correspondant :

$$\text{Au boson :} \quad x \leftrightarrow \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2q_0}}$$

$$\text{Au boson :} \quad x' \leftrightarrow \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{-2q'_0}}$$

$$\text{Au baryon entrant :} \quad X \leftrightarrow \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{M}{p_0} \right)^{1/2} u_X(p)$$

$$\text{Au baryon :} \quad X' \leftrightarrow \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{M'}{-p'_0} \right)^{1/2} \bar{u}_{X'}(-p')$$

$$\text{Au vertex d'entrée :} \quad i \leftrightarrow g \Gamma (2\pi)^4 \delta_4(p + q - P)$$

$$\text{Au vertex de sortie :} \quad f \leftrightarrow g' \Gamma' (2\pi)^4 \delta_4(p' + q' + P)$$

g et g' étant les constantes de couplage en i et en f ,

Γ et Γ' étant égaux à $i\gamma_5$ ou 1 suivant que le couplage est pseudo-scalaire ou scalaire.

$$\text{Au baryon interne} \leftrightarrow \frac{i}{(2\pi)^4} \frac{i\mathbf{P} - M_Z}{P^2 + M_Z^2}.$$

(Tous les diagrammes de Born étant du second ordre, nous omettrons le facteur $(-i)^2$).

Ce qui nous donne :

$$S_{fi}^{(B)} = - \frac{1}{(2\pi)^2} g g' \left(\frac{MM'}{4q_0 q'_0 p_0 p'_0} \right)^{1/2} \int \bar{u}_{X'}(-p') \Gamma \frac{\mathbf{P} + iM_Z}{P^2 + M_Z^2} \Gamma u_X(p) \\ \times \delta_4(p + q - P) \delta_4(p' + q' + P) d_4 P$$

or

$$\delta_4(p + q - P) \delta_4(p' + q' + P) = \delta_4(p + q + p' + q') \delta_4(p + q - P).$$

D'où en intégrant sur P et comme $(p + q)^2 = -s$,

$$S_{fi}^{(B)} = \frac{1}{(2\pi)^2} g g' \left(\frac{MM'}{4q_0 q'_0 p_0 p'_0} \right)^{1/2} \bar{u}_{X'}(-p') \Gamma' \frac{\mathbf{p} + \mathbf{q} + iM_Z}{s - M_Z^2} \Gamma u_X(p) \\ \times \delta_4(p + q + q' + p').$$

B. — Les transitions $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$ et $|i\rangle \rightarrow |n\rangle$ sont du genre $\Delta l = 0$. Nous avons, formule (4), chapitre II :

$$\text{Im } T_{fi} = \chi_{\bar{X}}^* i \sum_l (2l+1) [\text{Im } \psi_{(fi)l}^+(W) \mathfrak{F}_{l_c}^+ + \text{Im } \psi_{(fi)l}^-(W) \mathfrak{F}_{l_c}^-] P_l(\hat{a}, \hat{c}) \chi_X$$

$$T_{ni} = \chi_{\bar{X}}^* i \sum_l (2l+1) [\psi_{(ni)l}^+(W) \mathfrak{F}_{l_b}^+ + \psi_{(ni)l}^-(W) \mathfrak{F}_{l_b}^-] P_l(\hat{a}, \hat{b}) \chi_X$$

En utilisant successivement :

$$1) \quad \vec{l}_b P_l(\hat{a}, \hat{b}) = -\vec{l}_a P_l(\hat{a}, \hat{b})$$

$$2) \quad \int P_l(\hat{a}, \hat{b}) P_J(\hat{b}, \hat{c}) d\Omega_{\hat{b}} = \frac{4\pi}{2J+1} \delta_{Jl} P_J(\hat{a}, \hat{c})$$

$$3) \quad \vec{l}_a P_J(\hat{a}, \hat{c}) = -\vec{l}_c P_J(\hat{a}, \hat{c})$$

nous en déduisons :

$$\boxed{\text{Im } \psi_{(fi)J}^{\Delta l=0}(W) = g_J^*(W) \psi_{(ni)J}^{\Delta l=0}(W)} \quad (21)$$

Remarque.

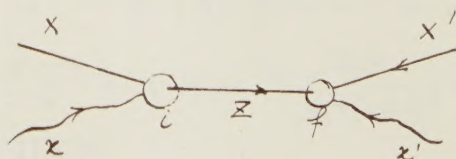
Toutes les amplitudes de transition introduites dans ce chapitre peuvent être considérées avec une valeur fixe du spin isotopique total ou encore comme des matrices de spin isotopique au sens défini au chapitre I, formule (13). Dans les relations d'unitarité, les produits du membre de droite sont des produits directs de matrices.

IV. CALCUL DE L'AMPLITUDE DE REACTION EN APPROXIMATION DE BORN

Nous nous proposons dans ce chapitre de calculer l'approximation de Born de l'amplitude de réaction sans tenir compte de la charge.

A. — La réaction est du type 1.

Nous avons à calculer le diagramme suivant :



La transition $|n\rangle \rightarrow |f\rangle$ peut être :

- a) $\pi + \pi \rightarrow \pi + \pi$
- b) $\pi + K \rightarrow \pi + K$
- c) $\pi + \pi \rightarrow K + \bar{K}$

Si nous posons :

$$T_{fn} = - \sum_J (2J+1) \frac{8\pi W}{q_n} g_J(W) P_J(\hat{b} \cdot \hat{c}) \quad (17)$$

on montre :

$$\left. \begin{array}{ll} 1^\circ \text{ Pour a) et b)} & \text{Im } g_J(W) = |g_J(W)|^2 \\ \text{notation pour a)} & g_J(W) = h_J(W) = e^{i\delta_J} \sin \delta_J \\ \text{pour b)} & g_J(W) = \bar{h}_J(W) = e^{i\hat{\delta}_J} \sin \hat{\delta}_J \\ 2^\circ \text{ Pour c)} & \text{Im } g_J(W) = h_J^*(W) g_J(W) \\ \text{notation} & g_J(W) = f_J(W) \end{array} \right\} \quad (18)$$

La condition d'unitarité s'écrit :

$$\text{Im } T_{fi} = \frac{1}{4\pi} \sum_J (2J+1) g_J^*(W) \int T_{(ni)} P_J(\hat{b} \cdot \hat{c}) d\Omega_{\hat{b}} \quad (19)$$

Les transitions $|n\rangle \rightarrow |f\rangle$ sont du genre $\Delta l = 0$.

Deux cas vont se présenter :

A. — Les transitions $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$ et $|i\rangle \rightarrow |n\rangle$ sont du genre $\Delta l = \pm 1$. Nous avons, formule (11), chapitre II :

$$\begin{aligned} \text{Im } T_{fi} &= \chi_{\bar{X}'}^* \vec{\sigma} \cdot \hat{a} \sum_l (2l+1) [\text{Im } \psi_{(fi)l+1}^-(W) \mathfrak{F}_{l_a}^+ \\ &\quad + \text{Im } \psi_{(fi)l-1}^+(W) \mathfrak{F}_{l_a}^-] P_l(\hat{a} \cdot \hat{c}) \chi_X \\ T_{ni} &= \chi_{\bar{X}'}^* \vec{\sigma} \cdot \hat{a} \sum_l (2l+1) [\psi_{(ni)l+1}^-(W) \mathfrak{F}_{l_a}^+ + \psi_{(ni)l+1}^+(W) \mathfrak{F}_{l_a}^-] P_l(\hat{a} \cdot \hat{b}) \chi_X \end{aligned}$$

En utilisant

$$\int P_l(\hat{a} \cdot \hat{b}) P_J(\hat{b} \cdot \hat{c}) d\Omega_{\hat{b}} = \frac{4\pi}{2J+1} \delta_{lJ} P_J(\hat{a} \cdot \hat{c})$$

nous déduisons :

$$\text{Im } \psi_{(fi)J\pm 1}^\mp(W) = g_J^*(W) \psi_{(ni)J\pm 1}^\mp$$

ou

$$\text{Im } \psi_{(fi)J}^{\Delta l=\pm 1, \pm}(W) = g_{J\pm 1}^*(W) \psi_{(ni)J}^{\Delta l=\pm 1, \pm}(W) \quad (20)$$

De façon générale :

$$\begin{aligned} \text{Im } f_{(fi)l}^{\Delta l=\pm 1, \pm}(W) &= \sum_n q_n f_{(nf)l\pm 1}^{\Delta l=0, \pm}(W) \cdot f_{(ni)l}^{\Delta l=\pm 1, \pm}(W) \\ &+ \sum_{n'} q_{n'} f_{(fn')l}^{\Delta l=\pm 1, \pm}(W) \cdot f_{(n'i)l}^{\Delta l=0, \pm}(W). \end{aligned} \quad (14)$$

Dans la voie II nous avons les mêmes résultats, étant donnée l'identité de forme entre les conditions d'unitarité (7) et (8).

Dans la voie III : ($X + \bar{X}' \rightarrow \bar{x} + x'$) les états intermédiaires $|n\rangle$ sont constitués de deux bosons $\bar{x}_n$ et x'_n de masse m_n et m'_n et de quadrimoments $q = (\vec{q}_n, q_n^0)$, $q' = (\vec{q}'_n, q_n'^0)$.

Comme nous nous plaçons dans le système du centre de masse,

$$|\vec{q}_n| = |\vec{q}'_n| = q_n.$$

Considérons les amplitudes de Feynman définies par :

$$M_{fi} = \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{(MM')^{1/2}}{(4 q_0 p_0 q'_0 p'_0)^{1/2}} T_{fi}$$

$$M_{fn}^* = \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{1}{4 (q_0 q'_0 q_n^0 q_n'^0)^{1/2}} T_{fn}^*$$

$$M_{ni} = \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{(MM')^{1/2}}{(4 q_n^0 q_n'^0 p^0 p'^0)^{1/2}} T_{ni}$$

La condition d'unitarité (3) s'écrit :

$$\text{Im } T_{fi} = -\frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_n \frac{1}{4 q_n^0 q_n'^0} T_{fn}^* T_{ni} \delta_4[q'_n + q_n - p - p']. \quad (15)$$

Dans le problème de la production associée des particules étranges et des phénomènes qui lui sont liés, nous n'aurons qu'une seule nature de particules dans l'état intermédiaire $|n\rangle$, à savoir deux mésons π ou un méson π et un méson K . Par suite, dans le système du centre de masse de la voie III, (15) devient :

$$\text{Im } T_{fi} = -\frac{1}{(2\pi)^2} \frac{q_n}{8\pi W} \int d\Omega_b T_{fn}^* T_{ni} \quad \left(b = \frac{\vec{q}_n}{q_n} \right). \quad (16)$$

En utilisant les relations (18), (4) et (11) du chapitre II :

$$\begin{aligned} \text{Im } \mathcal{M}_{fi} &= \chi_{X'}^* i \sum_l (2l+1) [\text{Im } f_{(fi)l+1}^-(W) \mathfrak{F}_{l_c}^+ \\ &\quad + \text{Im } f_{(fi)l-1}^+(W) \mathfrak{F}_{l_c}^-] P_l(\hat{a}, \hat{e}) i \vec{\sigma} \cdot \hat{a} \chi_X \\ \mathcal{M}_{fa}^* &= \chi_{X'}^* \sum_l (2l+1) [f_{(af)l}^{*+}(W) \mathfrak{F}_{l_c}^+ + f_{(af)l}^-(W) \mathfrak{F}_{l_c}^-] P_l(\hat{b}, \hat{e}) \chi_{X_n} \\ \mathcal{M}_{ni} &= \chi_{X_n}^* i \vec{\sigma} \cdot \hat{a} \sum_l (2l+1) [f_{(ni)l+1}(W) \mathfrak{F}_{l_a}^+ + f_{(ni)l-1}^-(W) \mathfrak{F}_{l_a}^-] P_l(\hat{a}, \hat{b}) \chi_X \end{aligned}$$

or

$$\begin{aligned} 1) \quad & \sum_{\beta} \chi_{X_n} \chi_{X_n}^* = I \\ 2) \quad & \int P_l(\hat{b}, \hat{e}) P_{l'}(\hat{a}, \hat{b}) d\Omega_b = \frac{4\pi}{2l+1} \delta_{ll'} P_l(\hat{a}, \hat{e}) \\ \frac{q_n}{4\pi} \sum_{\beta} \int d\Omega_b \mathcal{M}_{fn}^* \mathcal{M}_{ni} &= q_n \chi_{X'}^* \sum_l (2l+1) [f_{(nf)l}^{*+}(W) \mathfrak{F}_{l_c}^* + f_{(nf)l}^{*-}(W) \mathfrak{F}_{l_c}^-] \\ &\quad \times i \vec{\sigma} \cdot \hat{a} [f_{(ni)l+1}^-(W) \mathfrak{F}_{l_a}^+ + f_{(ni)l-1}^+(W) \mathfrak{F}_{l_a}^-] P_l(\hat{a}, \hat{e}) \chi_X \end{aligned}$$

ou d'après (11) et (18), chapitre II :

$$\begin{aligned} q_n \chi_{X'}^* \sum_l (2l+1) [f_{(nf)l}^+(W) \mathfrak{F}_{l_c}^+ + f_{(nf)l}^-(W) \mathfrak{F}_{l_c}^-] \\ \times i [f_{(ni)l+1}^-(W) \mathfrak{F}_{l_c}^+ + f_{(ni)l-1}^+(W) \mathfrak{F}_{l_c}^-] P_l(\hat{a}, \hat{e}) \vec{\sigma} \cdot \hat{a} \chi_X. \end{aligned}$$

La relation d'unitarité s'écrit :

$$\text{Im } f_{(fi)l\pm 1}^\mp(W) = q_n f_{(nf)l}^{\pm*}(W) \cdot f_{(ni)l\pm 1}^\mp(W)$$

soit encore :

$$\boxed{\text{Im } f_{(fi)l}^\pm(W) = q_n f_{(nf)l\pm 1}^{*\mp}(W) \cdot f_{(ni)l}^\pm(W)} \quad (12)$$

Si la transition $|i\rangle \rightarrow |n\rangle$ est du genre $\Delta l = 0$, $|n\rangle \rightarrow |f\rangle$ du genre $\Delta l = \pm 1$, nous obtenons de manière analogue :

$$\boxed{\text{Im } f_{(fi)l}^\pm(W) = q_n f_{(fn)l}^{*\pm}(W) \cdot f_{(ni)l}^\pm(W)} \quad (13)$$

Nous en déduisons :

$$\boxed{\operatorname{Im} f_{(fi)l}^{\pm}(W) = q_n f_{(nf)l}^{*\pm}(W) \cdot f_{(ni)l}^{\pm}(W)} \quad (9)$$

b) Les transitions $|i\rangle \rightarrow |n\rangle$ et $|n\rangle \rightarrow |f\rangle$ sont du genre $\Delta l = \pm 1$.

En utilisant les relations (18) et (10) du chapitre II :

$$\mathcal{M}_{fn}^* = \chi_{X'}^* i \sum_l (2l+1) [f_{(nf)l}^{*+} \mathfrak{F}_{l_c}^+ + f_{(nf)l}^{*-} \mathfrak{F}_{l_c}^-] P_l(\hat{b} \cdot \hat{c}) \vec{\sigma} \cdot \hat{b} \chi_{X_n}$$

$$\mathcal{M}_{ni} = \chi_{X_n}^* i \vec{\sigma} \cdot \hat{b} \sum_l (2l+1) [f_{(ni)l}^+ \mathfrak{F}_{l_c}^+ + f_{(ni)l}^- \mathfrak{F}_{l_c}^-] P_l(\hat{a} \cdot \hat{b}) \chi_X$$

En utilisant successivement :

- 1) $\sum \chi_{X_n} \chi_{X_n}^* = I$
- 2) $(\vec{\sigma} \cdot \hat{b})^2 = I$
- 3) $\int P_l(\hat{a} \cdot \hat{b}) P_{l'}(\hat{b} \cdot \hat{c}) d\Omega_{\hat{b}} = \frac{4\pi}{2l+1} \delta_{ll'} P_l(\hat{a} \cdot \hat{c})$
- 4) $\mathfrak{F}_{l_c}^{\pm} \cdot \mathfrak{F}_{l_c}^{\mp} = 0 \quad \mathfrak{F}_{l_c}^{\pm} \cdot \mathfrak{F}_{l_c}^{\pm} = \mathfrak{F}_{l_c}^{\pm}$

nous obtenons la condition d'unitarité

$$\boxed{\operatorname{Im} f_{(fi)l}^{\pm}(W) = q_n f_{(nf)l}^{*\pm}(W) \cdot f_{(ni)l}^{\pm}(W)} \quad (10)$$

De façon générale :

$$\boxed{\operatorname{Im} f_{fi,l}^{Al=0\pm}(W) = \sum_n q_n f_{nf,l}^{Al=0*}(W) \cdot f_{ni,l}^{Al=0\pm}(W) + \sum_{n'} q_{n'} f_{nf,l}^{Al=\pm 1}(W) \cdot f_{ni,l}^{Al=\pm 1}(W)} \quad (11)$$

B. — La transition est du genre $\Delta l = \pm 1$.

Les transitions $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$, $|i\rangle \rightarrow |n\rangle$ et $|n\rangle \rightarrow |f\rangle$ sont nécessairement de genres différents. Nous allons d'abord n'envisager qu'une seule nature de particules dans l'état $|n\rangle$ et supposer de plus que

- $|i\rangle \rightarrow |n\rangle$ est du genre $\Delta l = \pm 1$,
- $|n\rangle \rightarrow |f\rangle$ est alors du genre $\Delta l = 0$.

avec, par exemple,

$$\bar{T}_{fi} = - \frac{4\pi W}{(MM')^{1/2}} \bar{\mathcal{M}}_{fi}. \quad (9)$$

Revenons à la voie I, nous allons maintenant exprimer la condition d'unitarité (7) en termes de fonctions $f_{l\pm}(W)$ introduites au chapitre précédent.

A. — La transition $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$ est du genre $\Delta l = 0$.

Restreignons-nous d'abord à une seule nature de particules dans l'état intermédiaire $|n\rangle$, c'est-à-dire que

$$\text{Im } \mathcal{M}_{fi} = \frac{q_n}{4\pi} \sum_{\beta} \int d\Omega_b \mathcal{M}_{fn}^* \mathcal{M}_{ni}.$$

Les transitions $|i\rangle \rightarrow |n\rangle$ et $|n\rangle \rightarrow |f\rangle$ sont ou toutes les deux du genre $\Delta l = 0$, ou toutes les deux du genre $\Delta l = \pm 1$.

a) Elles sont du genre $\Delta l = 0$.

Nous avons d'après (4) du chapitre II :

$$\text{Im } \mathcal{M}_{fi} = \chi_{X'}^* \left\{ \sum_l (2l+1) [\text{Im } f_{(fi)l}^+(W) \mathfrak{F}_{l_c}^+ + \text{Im } f_{(fi)l}^-(W) \mathfrak{F}_{l_c}^-] P_l(\hat{a} \cdot \hat{c}) \right\} \chi_X$$

$$\mathcal{M}_{fn}^* = \chi_{X_n}^* \left\{ \sum_l (2l+1) [f_{(nf)l}^{*+}(W) \mathfrak{F}_{l_c}^+ + f_{(nf)l}^{*-}(W) \mathfrak{F}_{l_c}^-] P_l(\hat{b} \cdot \hat{c}) \right\} \chi_{X_n}$$

$$\mathcal{M}_{ni} = \chi_{X_n}^* \left\{ \sum_l (2l+1) [f_{(ni)l}^+(W) \mathfrak{F}_{l_b}^+ + f_{(ni)l}^-(W) \mathfrak{F}_{l_b}^-] P_l(\hat{a} \cdot \hat{b}) \right\} \chi_X$$

En utilisant successivement :

$$1) \quad \sum_{\beta} \chi_{X_n} \chi_{X_n}^* = I$$

$$2) \quad \vec{l}_b P_l(\hat{a} \cdot \hat{b}) = -\vec{l}_a P_l(\hat{a} \cdot \hat{b})$$

$$3) \quad \int P_l(\hat{b} \cdot \hat{c}) P_{l'}(\hat{a} \cdot \hat{b}) d\Omega_b = \frac{4\pi}{2l+1} \delta_{l,l'} P_l(\hat{a} \cdot \hat{c})$$

$$4) \quad -\vec{l}_a P_l(\hat{a} \cdot \hat{c}) = \vec{l}_c P_l(\hat{a} \cdot \hat{c})$$

$$5) \quad \mathfrak{F}_{l_c}^{\pm} \mathfrak{F}_{l_c}^{\mp} = 0 \quad \mathfrak{F}_{l_c}^{\pm} \mathfrak{F}_{l_c}^{\pm} = \mathfrak{F}_{l_c}^{\pm}$$

La sommation $\sum_{n,\alpha,\beta}$ a un caractère triple :

n : elle tient compte de la nature des particules dans l'état intermédiaire,

α : elle porte sur les moments des particules de l'état intermédiaire,

β : elle porte sur l'état de spin du baryon X_n .

$$\text{Im } T_{fi} = - \frac{1}{(4\pi)^2} \sum_{n,\beta} \frac{M_n}{q_n^0 p_n^0} \int d_3 \vec{q}_n \delta(E + \omega - q_n^0 - p_n^0) T_{fn}^* T_{ni}.$$

Si nous posons $\vec{q}_n = q_n \hat{b}$

$$\frac{d(q_n^0 + p_n^0)}{dq_n} = \frac{q_n}{q_n^0} + \frac{q_n}{p_n^0} = \frac{qW}{q_n^0 p_n^0}.$$

En conclusion, dans le système du centre de masse de la voie I :

$$\text{Im } T_{fi} = - \frac{1}{(4\pi)^2} \sum_{n,\beta} \frac{M_n}{W} q_n \int d\Omega_b T_{fn}^* T_{ni}$$

ou encore en posant, par exemple, pour T_{fi} :

$$T_{fi} = - \frac{4\pi W}{(MM')^{1/2}} \mathcal{M}_{fi} \quad (6)$$

$$\left| \text{Im } \mathcal{M}_{fi} = \frac{1}{4\pi} \sum_{n,\beta} q_n \int d\Omega_b \mathcal{M}_{fn}^* \mathcal{M}_{ni} \right| \quad (7)$$

Dans la voie II : $(\bar{x}' + X \longrightarrow \bar{x} + X')$ nous avons une réaction du même type que dans la voie II, par conséquent nous avons dans le système du centre de masse de la voie II, la condition d'unitarité :

$$\left| \text{Im } \mathcal{M}_{fi} = \frac{1}{4\pi} \sum_{n,\beta} q_n \int d\Omega_b \mathcal{M}_{fn}^* \mathcal{M}_{ni} \right| \quad (8)$$

Introduisons la matrice de réaction M

$$\begin{aligned}\langle n | S | i \rangle &= \delta_{ni} - i(2\pi)^4 \delta_4(P_n - P_i) \langle n | M | i \rangle \\ f | S^* | n \rangle &= \delta_{fn} + i(2\pi)^4 \delta_4(P_f - P_i) \langle f | M^* | n \rangle\end{aligned}$$

où P_i, P_n, P_f sont les quadrimoments totaux des états $|i\rangle, |n\rangle$ et $|f\rangle$. De (2) nous déduisons alors sur la couche d'énergie $P_i = P_f = 0$ la condition d'unitarité :

$$f | \text{Im } M | i = -\frac{1}{2} \sum_n (2\pi)^4 \delta_4(P_i - P_n) \langle f | M^* | n \rangle \langle n | M | i \rangle$$

ou en utilisant une notation plus condensée :

$$\text{Im } M_{fi} = -\frac{1}{2} \sum_n (2\pi)^4 \delta_4(P_i - P_n) M_{fn}^* \cdot M_{ni}. \quad (3)$$

Nous allons particulariser la relation (3) pour des états initial et final à deux particules. D'autre part, nous nous placerons dans un domaine d'énergie tel que nous n'ayons que des états intermédiaires à deux particules. Enfin, le système de référence sera le système du centre de masse de la réaction.

Considérons la voie $I: (x + X \rightarrow x' + X')$.

Les états intermédiaires $|n\rangle$ sont constitués d'un baryon X_n de masse M_n et d'un boson x_n de masse m_n . Leurs moments

$$p_n = (\vec{p}_n p_n^0) \quad \text{et} \quad q_n = (\vec{q}_n q_n^0).$$

Si nous faisons intervenir les amplitudes de Feynman définies, par exemple, pour la transition $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$ par

$$M_{fi} = \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{(MM')^{1/2}}{(4 q_0 p_0 q'_0 p'_0)^{1/2}} T_{fi} \quad (4)$$

la relation d'unitarité s'écrit :

$$\text{Im } T_{fi} = -\frac{1}{4\pi^2} \sum_{n,\alpha,\beta} \frac{M_n}{q_n^\alpha p_n^\beta} \delta_4(p + q - p_n - q_n) T_{fn}^* T_{ni}.$$

La section efficace non polarisée s'obtient à partir de celle polarisée en sommant sur les états de spin finaux et en moyennant les états initiaux.

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{2} \sum_{if} |\chi_f^* [f_1 + \vec{\sigma} \cdot \vec{\epsilon} \cdot \vec{\sigma} \cdot \hat{a} f_2] \chi_i|^2 \\ &= |f_1|^2 + |f_2|^2 + \frac{1}{2} \text{trace} [(\vec{\sigma} \cdot \hat{a}) (\vec{\sigma} \cdot \vec{\epsilon})] (f_1^* f_2 + f_1 f_2^*)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{or} \quad \text{trace} [\vec{\sigma} \hat{a} \cdot \vec{\sigma} \vec{\epsilon}] &= 2 \hat{a} \cdot \vec{\epsilon} + i \text{trace} [\vec{\sigma} \cdot (\hat{a} \times \vec{\epsilon})] \\ &= 2 \cos \theta\end{aligned}$$

$$\text{d'où} \quad \boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_1|^2 + |f_2|^2 + 2 \operatorname{Re}(f_1 f_2^*) \cos \theta} \quad (44)$$

On obtient le même résultat pour la section efficace non polarisée dans le cas où la section efficace polarisée est de la forme :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_p = |\chi_f^* [f_1 \vec{\sigma} \cdot \vec{\epsilon} + f_2 \vec{\sigma} \cdot \hat{a}] \chi_i|^2$$

Nous pouvons écrire la formule (44) :

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\Omega} &= |a_1 + a_2 e^{i\theta}|^2 + |b_1 + b_2 e^{i\theta}|^2 \\ f_1 &= a_1 + i b_1 \\ f_2 &= a_2 + i b_2\end{aligned}} \quad (45)$$

III. UNITARITE DE LA MATRICE S

Considérons un état initial $|i\rangle$ et un état final $|f\rangle$. L'unitarité de la matrice S s'exprime par :

$$\langle f | S^* S | i \rangle = \delta_{fi}. \quad (1)$$

Soit $\{|n\rangle\}$ un ensemble complet d'états. En introduisant l'opérateur unité

$$\sum_n |n\rangle \langle n|$$

1) s'écrit :

$$\sum_n \langle f | S^* | n \rangle \langle n | S | i \rangle = \delta_{fi}. \quad (2)$$

Dans les formules de transformations précédentes, les fonctions $A, \bar{A}, B, \bar{B}, \mathcal{A}, \mathcal{B}$, ainsi que $f_1, f_2, \bar{f}_1, \bar{f}_2, \psi_1, \psi_2$, peuvent être considérées avec une valeur fixe du spin isotopique total ou même comme des matrices de spin isotopique au sens défini par f. 14 (chap. I).

D'autre part, si nous définissons :

$$\begin{aligned} F &= (f_1, f_2) \\ \bar{F} &= (\bar{f}_1, \bar{f}_2) \\ \mathcal{F} &= (\psi_1, \psi_2) \end{aligned} \quad (39)$$

et en se rappelant que

$$\begin{aligned} T &= (A, B) \\ T &= (\bar{A}, \bar{B}) \\ \mathcal{T} &= (\mathcal{A}, \mathcal{B}) \end{aligned}$$

nous pouvons écrire

$$\begin{aligned} F &= T \cdot R(s) \\ F' &= T \cdot R(u) \\ \mathcal{F} &= \mathcal{T} \cdot \mathcal{R}(t, \cos \theta_{III}) \end{aligned}$$

R, R et $\mathcal{R}$ étant des matrices 2×2 définies à partir des équations (22) ou (25), (28) ou (31) et (34) ou (37).

Remarque.

Avec le coefficient $-\frac{1}{2(MM')} 1/2$ que nous avons introduit, la section efficace différentielle polarisée et dans le système du centre de masse prend une forme simple :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_p = \frac{k'}{k} \frac{1}{(8\pi W)^2} |\mathcal{M}|^2 \quad \text{dans les voies I et II} \quad (41)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_p = \frac{q}{p} \frac{1}{(8\pi W)^2} |\mathcal{M}|^2 \quad \text{dans la voie III} \quad (42)$$

$$\text{avec } \mathcal{M} = \chi_{X' \text{ ou } \bar{X}'}^{\pm} [\text{---}] \chi_X. \quad (43)$$

Calcul de la section efficace non polarisée.

Dans ce calcul, nous omettons le facteur

$$\frac{k'}{k} \frac{1}{(8\pi W)^2} \left(\text{ou } \frac{q}{p} \frac{1}{(8\pi W)^2} \right).$$

avec

$$\begin{aligned} \psi_1 &= -q [(M + E)(M' + E')]^{-1/2} [(M + E)(M' + E') + p^2] \mathcal{B} \\ \psi_2 &= -p [(M + E)(M' + E')]^{-1/2} \left\{ (M + E + M' + E') \mathcal{A} \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{\omega - \omega'}{2} (M' + E' - M - E) - 2qp\hat{a}.\hat{e} \right] \mathcal{B} \right\} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \frac{[(M + E)(M' + E')]^{1/2}}{(M + E + M' + E') [(M + E)(M' + E') + p^2]} \\ &\quad \left\{ \left[\frac{\omega - \omega'}{2} (M' + E' - M - E) - 2qp\hat{a}.\hat{e} \right] \frac{\psi_1}{q} \right. \\ &\quad \left. - [(M + E)(M' + E') + p^2] \frac{\psi_2}{p} \right\} \\ \mathcal{B} &= -[(M + E)(M' + E')]^{1/2} [(M + E)(M' + E') + p^2]^{-1} \frac{\psi_1}{q} \end{aligned} \quad (35)$$

b) Pour $\Gamma = i\gamma_5$

$$\mathcal{G} = \frac{i}{2(MM')^{1/2}} \chi_X^* [\psi_1 + \psi_2 \vec{\sigma}.\vec{e}.\vec{\sigma}.\vec{a}] \chi_X \quad (36)$$

avec

$$\begin{aligned} \psi_1 &= [(M + E)(M' + E')]^{-1/2} \left\{ [(M + E)(M' + E') + p^2] \mathcal{A} \right. \\ &\quad \left. - \mathcal{B} \left[\frac{\omega - \omega'}{2} [(M + E)(M' + E') - p^2] - 2\hat{a}.\hat{e}(M - E)qp \right] \right\} \\ \psi_2 &= -[(M + E)(M' + E')]^{-1/2} [M + E + M' + E'] p q \mathcal{B} \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \frac{[(M + E)(M' + E')]^{1/2}}{(M + E)(M' + E') + p^2} \left[\psi_1 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\omega - \omega'}{2} [(M + E)(M' + E') - p^2] - 2\hat{a}.\hat{e}(E + M)qp \right. \\ &\quad \left. \frac{qp[M + E + M' + E']}{p} \psi_2 \right] \\ \mathcal{B} &= -\frac{[(M + E)(M' + E')]^{1/2}}{(M + E + M' + E') qp} \psi_2 \end{aligned} \quad (38)$$

b) Pour $\Gamma = i\gamma$,

$$T = \frac{i}{2(MM')^{1/2}} \chi_{X'}^* [f_1 \vec{\sigma} \cdot \hat{e} + f_2 \vec{\sigma} \cdot \hat{a}] \chi_{X'} \quad (30)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{f}_1 &= [(E' - M')(E + M)]^{1/2} \left[\bar{A} - \bar{B} \cdot \left(W - \frac{M - M'}{2} \right) \right] \\ \bar{f}_2 &= [(E - M)(E' + M')]^{1/2} \left[\bar{A} + \bar{B} \cdot \left(W + \frac{M - M'}{2} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

ainsi que les formules réciproques

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{A} &= \frac{1}{2W} \left\{ [(E' - M')(E + M)]^{-1/2} \left[W + \frac{M - M'}{2} \right] \bar{f}_1 \right. \\ &\quad \left. + [(E - M)(E' + M')]^{-1/2} \left[W - \frac{M - M'}{2} \right] \bar{f}_2 \right\} \\ \bar{B} &= \frac{1}{2W} \left\{ [(E' - M')(E + M)]^{-1/2} \bar{f}_1 \right. \\ &\quad \left. - [(E - M)(E' + M')]^{-1/2} \bar{f}_2 \right\} \end{aligned} \right.$$

3^o VOIE III ($X + \bar{X}' \rightarrow \bar{x} + x'$).

L'amplitude de transition s'écrit ici :

$$\begin{aligned} \mathcal{C} &= \bar{u}_{X'}(-p') \Gamma [-\mathcal{A}(s, u, t) + i\Delta\mathcal{B}(s, u, t)] u_X(p) \\ u_X(p) &= [2M(M + p)]^{-1/2} \begin{pmatrix} M + p_0 \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \end{pmatrix} \\ &= [2M(M + E)]^{-1/2} \begin{pmatrix} M + E \\ p \vec{\sigma} \cdot \hat{a} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$u_{X'}(-p')$ est un spineur à énergie négative

$$\begin{aligned} \bar{u}_{X'}(-p') &= [2M'(M' + p'_0)]^{-1/2} [\vec{\sigma} \cdot \vec{p}' \quad - (M' + p'_0)] \\ &= [2M'(M' + E')]^{-1/2} [-p \vec{\sigma} \cdot \hat{a} \quad - (M' + E')] \end{aligned}$$

a) Pour $\Gamma = 1$

$$\mathcal{C} = \frac{1}{2(MM')^{1/2}} \chi_{X'}^* [\psi_1 \vec{\sigma} \cdot \hat{e} + \psi_2 \vec{\sigma} \cdot \hat{a}] \chi_X \quad (33)$$

ainsi que les formules réciproques :

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{2W} \left\{ [(E' - M')(E + M)]^{-1/2} \left[W + \frac{M - M'}{2} \right] f_1 \right. \\ &\quad \left. + [(E - M)(E' + M')]^{-1/2} \left[W - \frac{M - M'}{2} \right] f_2 \right\} \\ B &= \frac{1}{2W} \left\{ [(E' - M')(E + M)]^{-1/2} \right. \\ &\quad \left. f_1 - [(E - M)(E' + M')]^{-1/2} f_2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

2^o VOIE II ($\bar{x}' + X \rightarrow \bar{x} + X'$).

On peut remarquer que le passage de la voie I à la voie II s'effectue en échangeant formellement q et q' , ω en $-\omega$ et ω' en $-\omega'$, si bien que dans les calculs précédents $\Delta = \frac{q - q'}{2}$ se change en $-\Delta$ ou encore B en $-B$. Donc :

a) Pour $\Gamma = 1$

$$\bar{T} = -\frac{1}{2(MM')^{1/2}} \chi_{X'}^* [\bar{f}_1 + \vec{\sigma} \cdot \vec{e} \cdot \vec{\sigma} \cdot \hat{a} \bar{f}_2] \chi_X \quad (27)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_1 &= [(M + E)(M' + E')]^{1/2} \left[\bar{A} - \bar{B} \cdot \left(W - \frac{M + M'}{2} \right) \right] \\ \bar{f}_2 &= [(E - M)(E' - M')]^{1/2} \left[\bar{A} + \bar{B} \cdot \left(W - \frac{M + M'}{2} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{A} &= \frac{1}{2W} \left\{ [(E + M)(E' + M')]^{-1/2} \left[W + \frac{M + M'}{2} \right] \bar{f}_1 \right. \\ &\quad \left. + [(E - M)(E' - M')]^{-1/2} \left[W - \frac{M + M'}{2} \right] \bar{f}_2 \right\} \\ \bar{B} &= -\frac{1}{2W} \left\{ [(E + M)(E' + M')]^{-1/2} \bar{f}_1 \right. \\ &\quad \left. - [(E - M)(E' - M')]^{-1/2} \bar{f}_2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$$\begin{aligned}\bar{u}_{X'}(-p') &= [2 M' (M' - p'_0)]^{-1/2} \chi_{X'}^* (M' - p'_0 \vec{\sigma} \cdot \vec{p}') \\ &= [2 M' (M' + E')]^{-1/2} \chi_{X'}^* (M' + E' - k' \vec{\sigma} \cdot \hat{e})\end{aligned}$$

Un calcul direct nous donne alors :

a) Pour $\Gamma = 1$

$$T = \frac{1}{2 (MM')^{1/2}} \chi_{X'}^* [f_1 + (\vec{\sigma} \cdot \hat{e}) (\vec{\sigma} \cdot \hat{a}) f_2] \chi_X \quad (21)$$

avec

$$\begin{aligned}f_1 &= [(M - E) (M' - E')]^{-1/2} \left[A - B \left(W - \frac{M - M'}{2} \right) \right] \\ f_2 &= [(E - M) (E' - M')]^{-1/2} \left[A - B \left(W - \frac{M + M'}{2} \right) \right]\end{aligned} \quad (22)$$

ainsi que les formules réciproques :

$$\begin{aligned}A &= \frac{1}{2W} \left\{ [(E - M) (E' - M')]^{-1/2} \left[W - \frac{M + M'}{2} \right] f_1 \right. \\ &\quad \left. + [(E - M) (E' - M')]^{-1/2} \left[W - \frac{M + M'}{2} \right] f_2 \right\} \\ B &= \frac{1}{2W} \left\{ [(E + M) (E' + M')]^{-1/2} \right. \\ &\quad \left. f_1 - [(E - M) (E' - M')]^{-1/2} f_2 \right\}\end{aligned} \quad (23)$$

b) Pour $\Gamma = i\gamma_5$

$$T = \frac{i}{2 (MM')^{1/2}} \chi_{X'}^* [f_1 \vec{\sigma} \cdot \hat{e} + f_2 \vec{\sigma} \cdot \hat{a}] \chi_X \quad (24)$$

avec :

$$\begin{aligned}f_1 &= [(E' - M') (E - M)]^{1/2} \left[A - B \left(W - \frac{M - M'}{2} \right) \right] \\ f_2 &= [(E - M) (E' - M')]^{1/2} \left[A - B \left(W - \frac{M - M'}{2} \right) \right]\end{aligned} \quad (25)$$

$$\psi(W, \hat{a}, \hat{c}) = \sum_l (2l+1) \left\{ [\psi_{l+1}(W) \mathfrak{F}_{l_c} + \psi_{l-1}(W) \mathfrak{F}_{l_c}] P_l(\hat{a}, \hat{c}) \right\} \vec{\sigma} \cdot \hat{a} \quad (18)$$

Considérons enfin, par exemple, l'expression (10) du développement de ψ et rapprochons-la formellement des relations (4) et (6). Nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \psi(W, \hat{a}, \hat{c}) &= \psi_1(W, \hat{a}, \hat{c}) \vec{\sigma} \cdot \hat{c} + \psi_2(W, \hat{a}, \hat{c}) \vec{\sigma} \cdot \hat{a} \\ \text{avec} \\ \psi_1(W, \hat{a}, \hat{c}) &= \sum_l [\psi_{l-1}^+(W) - \psi_{l+1}^-(W)] P_l'(\hat{a}, \hat{c}) \\ \psi_2(W, \hat{a}, \hat{c}) &= \sum_l [\psi_l^-(W) - \psi_l^+(W)] P_l'(\hat{a}, \hat{c}) \end{aligned} \quad (19)$$

Nous avons également les formules réciproques :

$$\psi_l^\pm(W) = \frac{1}{4\pi} \int \left\{ \psi_1(W, \hat{a}, \hat{c}) P_l(\hat{a}, \hat{c}) \pm \psi_2(W, \hat{a}, \hat{c}) P_{l\pm 1}(\hat{a}, \hat{c}) \right\} d\Omega_c \quad (20)$$

4. *Relations entre les amplitudes $A, B, \bar{A}, \bar{B}, \mathcal{A}, \mathcal{B}$ et les fonctions $f_1, f_2, f_1, f_2, \psi_1, \psi_2$ du système du centre de masse de chacune des voies.*

1^o VOIE I ($x + X \rightarrow x' + X'$).

Considérons l'amplitude de transition :

$$T = \bar{u}_{X'}(-p') T[-A(s, u, t) + i\Delta B(s, u, t)] u_X(p).$$

Plaçons-nous dans le système du centre de masse de la voie I et prenons une représentation explicite des matrices γ et des spineurs de Dirac en fonction des matrices σ et des spineurs de Pauli χ_X et $\chi_{X'}$.

$$\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & -i\vec{\sigma} \\ i\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} u_X(p) &= [2M(M + p_0)]^{-1/2} \begin{pmatrix} M + \vec{\sigma} \cdot \vec{p}_0 \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \end{pmatrix} \chi_X \\ &= [2M(M + E)]^{-1/2} \begin{pmatrix} M + E \\ -\vec{k} \cdot \vec{\sigma} \end{pmatrix} \chi_X \end{aligned}$$

Nous pouvons écrire alors :

$$\psi(W, \hat{a}, \hat{c}) = \vec{\sigma}, \hat{a} \sum_l (2l+1) [\psi_l(W) \mathfrak{F}_{l_a}^- - \psi_l(W) \mathfrak{F}_{l_a}^-] P_l(\hat{a}, \hat{c}) \quad (11)$$

Nous avons vu d'autre part que :

$$(2l+1) \vec{\sigma}, \hat{c} \mathfrak{F}_{l_c}^+ P_l(\hat{a}, \hat{c}) = \vec{\sigma}, \hat{c} P_{l+1}'(\hat{a}, \hat{c}) - \vec{\sigma}, \hat{a} P_l'(\hat{a}, \hat{c}) \quad (5)$$

et de même en échangeant a et c :

$$(2l+1) \vec{\sigma}, \hat{a} \mathfrak{F}_{l_a}^+ P_l(\hat{a}, \hat{c}) = \vec{\sigma}, \hat{a} P_{l+1}'(\hat{a}, \hat{c}) - \vec{\sigma}, \hat{c} P_l'(\hat{a}, \hat{c}) \quad (12)$$

(5) s'écrit :

$$(2l+1) \vec{\sigma}, \hat{c} \mathfrak{F}_{l_c}^+ P_l(\hat{a}, \hat{c}) = \vec{\sigma}, \hat{a} [\vec{\sigma}, \hat{a} P_{l+1}'(\hat{a}, \hat{c}) - \vec{\sigma}, \hat{c} P_l'(\hat{a}, \hat{c})] \vec{\sigma}, \hat{c}$$

puisque $(\vec{\sigma}, \hat{a})^2 = (\vec{\sigma}, \hat{c})^2 = I$.

Donc en utilisant (12) :

$$\vec{\sigma}, \hat{c} \mathfrak{F}_{l_c}^+ P_l(\hat{a}, \hat{c}) = \left\{ \mathfrak{F}_{l_a}^+ P_l(\hat{a}, \hat{c}) \right\} (\vec{\sigma}, \hat{c}) \quad (13)$$

Et de même en échangeant a et c :

$$\vec{\sigma}, \hat{a} \mathfrak{F}_{l_a}^+ P_l(\hat{a}, \hat{c}) = \left\{ \mathfrak{F}_{l_c}^+ P_l(\hat{a}, \hat{c}) \right\} (\vec{\sigma}, \hat{a}) \quad (14)$$

En utilisant

$$\mathfrak{F}_{l_c}^+ + \mathfrak{F}_{l_c}^- = \mathfrak{F}_{l_a}^+ + \mathfrak{F}_{l_a}^- = 1$$

nous obtenons :

$$\vec{\sigma}, \hat{c} \mathfrak{F}_{l_c}^- P_l(\hat{a}, \hat{c}) = \left\{ \mathfrak{F}_{l_a}^- P_l(\hat{a}, \hat{c}) \right\} (\vec{\sigma}, \hat{c}) \quad (15)$$

et

$$\vec{\sigma}, \hat{a} \mathfrak{F}_{l_a}^- P_l(\hat{a}, \hat{c}) = \left\{ \mathfrak{F}_{l_c}^- P_l(\hat{a}, \hat{c}) \right\} (\vec{\sigma}, \hat{a}) \quad (16)$$

D'où :

$$\psi(W, \hat{a}, \hat{c}) = \sum_l (2l+1) \left\{ [\psi_l(W) \mathfrak{F}_{l_a}^- - \psi_l(W) \mathfrak{F}_{l_a}^-] P_l(\hat{a}, \hat{c}) \right\} \vec{\sigma}, \hat{c} \quad (17)$$

$$\text{D'où : } X_{\lambda}^{+} = \vec{\sigma} \cdot \hat{a} \sum_k \left\{ (k+1) \delta_{k, \lambda-1} - (k-1) \delta_{k, \lambda+1} \right\}$$

$$X_{\lambda}^{+} = \vec{\sigma} \cdot \hat{a} \lambda \sum_k \left\{ \delta_{k, \lambda-1} - \delta_{k, \lambda+1} \right\}$$

$$X_{\lambda}^{+} = \vec{\sigma} \cdot \hat{a} (l+1) \delta_{\lambda, l+1}$$

Pour calculer X_{λ}^{-} nous pouvons remarquer que

$$\begin{aligned} X_{\lambda}^{-} + X_{\lambda}^{+} &= \frac{2\lambda+1}{4\pi} \int P_{\lambda}(\hat{a} \cdot \hat{e}) (2l+1) (\vec{\sigma} \cdot \hat{e}) P_l(\hat{a} \cdot \hat{e}) d\Omega_e \\ &= (2l+1) \vec{\sigma} \cdot \hat{a} \left\{ \frac{\lambda+1}{2\lambda+3} \delta_{l, \lambda+1} + \frac{\lambda}{2\lambda-1} \delta_{l, \lambda-1} \right\} \\ &= (2l+1) \vec{\sigma} \cdot \hat{a} \left\{ l \delta_{\lambda, l-1} + (l+1) \delta_{\lambda, l+1} \right\} \end{aligned}$$

D'où :

$$X_{\lambda}^{-} = \vec{\sigma} \cdot \hat{a} l \delta_{\lambda, l-1}$$

L'amplitude totale de transition peut s'écrire :

$$\begin{aligned} &\chi_{X'}^{*} \text{ ou } \bar{\chi}, \psi(W, \hat{a} \cdot \hat{e}) \chi_X \text{ avec} \\ &\psi(W, \hat{a} \cdot \hat{e}) = \vec{\sigma} \cdot \hat{e} \sum_l (2l+1) [\psi_l^{+}(W) \mathfrak{F}_{l_c}^{+} + \psi_l^{-}(W) \mathfrak{F}_{l_c}^{-}] P_l(\hat{a} \cdot \hat{e}) \end{aligned} \quad (10)$$

Nous allons donner des formes équivalentes de $\psi(W, \hat{a} \cdot \hat{e})$ qui nous seront utiles ultérieurement dans la recherche de la condition d'unitarité de la matrice S .

En échangeant le rôle des états initial et final, $\sigma \cdot \hat{a} \mathfrak{F}_{l_a}^{\pm}$ font passer respectivement des ondes $l+1$ de l'état initial à l'onde l de l'état final. Nous avons le schéma suivant :

Etat initial		Etat final	Etat initial		Etat final
l	$\vec{\sigma} \cdot \hat{e} \mathfrak{F}_{l_c}^{+}$	$l+1$	$l+1$	$\vec{\sigma} \cdot \hat{a} \mathfrak{F}_{l_a}^{+}$	l
	$\vec{\sigma} \cdot \hat{e} \mathfrak{F}_{l_c}^{-}$	$l-1$	$l-1$	$\vec{\sigma} \cdot \hat{a} \mathfrak{F}_{l_a}^{-}$	

Il suffit de montrer que les quantités

$$X_{\lambda}^{\pm} = \frac{2\lambda + 1}{4\pi} \int P_{\lambda}(\hat{a}, \hat{c}) (\vec{\sigma}, \hat{c}) (2l + 1) \mathfrak{F}_{l_c}^{\pm} P_l(\hat{a}, \hat{c}) d\Omega_c$$

sont différentes de zéro uniquement pour $\lambda = l \pm 1$ respectivement.

Considérons d'abord X_{λ}^{+} d'après (5) :

$$X_{\lambda}^{+} = \frac{2\lambda + 1}{4\pi} \int P_{\lambda}(\hat{a}, \hat{c}) [\vec{\sigma}, \hat{c} P'_{l+1}(\hat{a}, \hat{c}) - \vec{\sigma}, \hat{a} P_l(\hat{a}, \hat{c})] d\Omega_c$$

or

$$P'_{l+1}(\hat{a}, \hat{c}) = \sum_{k \leq l} (2k + 1) P_k(\hat{a}, \hat{c})$$

et de même
parité

et

$$P_l(\hat{a}, \hat{c}) = \sum_{k \leq l} (2k - 1) P_{k-1}(\hat{a}, \hat{c})$$

et de même
parité

$$\vec{\sigma}, \hat{a} \frac{2\lambda + 1}{4\pi} \int P_{\lambda}(\hat{a}, \hat{c}) P_l(\hat{a}, \hat{c}) d\Omega_c = \vec{\sigma}, \hat{a} \sum_k (2k - 1) \delta_{\lambda, k-1}$$

$$\begin{aligned} \frac{2\lambda + 1}{4\pi} \int P_{\lambda}(\hat{a}, \hat{c}) (\vec{\sigma}, \hat{c}) P'_{l+1}(\hat{a}, \hat{c}) d\Omega_c &= \vec{\sigma}, \hat{a} \sum (2k + 1) \left[\frac{\lambda + 1}{2\lambda + 3} \delta_{k, \lambda+1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\lambda}{2\lambda - 1} \delta_{k, \lambda-1} \right], \quad (*) \end{aligned}$$

$$= \vec{\sigma}, \hat{a} \sum_k \left\{ k \delta_{k, \lambda+1} + (k + 1) \delta_{k, \lambda-1} \right\}.$$

(*) Nous avons utilisé la relation :

$$\frac{2\lambda + 1}{4\pi} \int P_{\lambda}(\hat{a}, \hat{c}) (\vec{\sigma}, \hat{c}) P_{\lambda'}(\hat{a}, \hat{c}) d\Omega_c = \vec{\sigma}, \hat{a} \left\{ \frac{\lambda + 1}{2\lambda + 3} \delta_{\lambda', \lambda+1} + \frac{\lambda}{2\lambda - 1} \delta_{\lambda', \lambda-1} \right\} \quad (9)$$

ou en utilisant (6) et le fait que :

$$P_l(\hat{a}.\hat{e}) = \sum_{k < l} (2k + 1) P_k(\hat{a}.\hat{e})$$

et de parités
différentes

Nous obtenons :

$$\psi_{1,l}(W) = \sum_{\lambda > l} [\psi_{\lambda-1}^+(W) - \psi_{\lambda+1}^-(W)]$$

et de parités
différentes

$$\psi_{2,l}(W) = \sum_{\lambda > l} [\psi_{\lambda}^-(W) - \psi_{\lambda}^+(W)]$$

et de parités
différentes

Nous en déduisons alors :

$$\psi_l^{\pm}(W) = \psi_{1,l}(W) + \psi_{2,l\pm 1}(W)$$

c'est-à-dire

$$\psi_l^{\pm}(W) = \frac{1}{4\pi} \int \left\{ \psi_1(W, \hat{a}.\hat{e}) P_l(\hat{a}.\hat{e}) + \psi_2(W, \hat{a}.\hat{e}) P_{l\pm 1}(\hat{a}.\hat{e}) \right\} d\Omega_c \quad (8)$$

B. Réaction du type 2.

Nous avons $l_i = l_f = J$. Nous pouvons encore utiliser les deux projecteurs $\mathcal{P}_{lc}^{\pm}$ bien qu'ils n'aient plus une signification physique immédiate ; par suite, les formules (6), (7) et (8) sont encore valables.

3. Décomposition en ondes partielles de l'amplitude d'une transition correspondant à $|J| = \pm 1$ (système du centre de masse).

Nous avons deux transitions possibles $\psi_l^{\pm}$ qui font passer respectivement de l'onde l de l'état initial aux ondes $l \pm 1$ de l'état final, J ayant les valeurs $l \pm \frac{1}{2}$ si la réaction est du type 1 ; $l \pm 1$ si la réaction est du type 2 (on peut alors remarquer que les baryons sont dans l'état triplet de spin).

Nous allons montrer que les opérateurs $(\vec{\sigma}.\hat{e}) \mathcal{P}_{lc}^{\pm}$ nous donnent ces deux transitions.

Nous pouvons remarquer que :

$$\begin{aligned} (\vec{\sigma} \cdot \vec{l}_c) P_l(\hat{a} \cdot \hat{c}) &= -i\vec{\sigma} \cdot (\hat{c} \times \hat{a}) P_l'(\hat{a} \cdot \hat{c}) \\ &= [\hat{a} \cdot \hat{c} - (\vec{\sigma} \cdot \hat{c}) (\vec{\sigma} \cdot \hat{a})] P_l'(\hat{a} \cdot \hat{c}) \end{aligned}$$

ou puisque : $(2l+1) \hat{a} \cdot \hat{c} P_l'(\hat{a} \cdot \hat{c}) = l P_{l+1}'(\hat{a} \cdot \hat{c}) + (l+1) P_{l-1}'(\hat{a} \cdot \hat{c})$,

$$\begin{aligned} (\vec{\sigma} \times \vec{l}_c) P_l(\hat{a} \cdot \hat{c}) &= \frac{1}{2l+1} [l P_{l+1}'(\hat{a} \cdot \hat{c}) - (l+1) P_{l-1}'(\hat{a} \cdot \hat{c})] \\ &\quad - (\vec{\sigma} \cdot \hat{c}) (\vec{\sigma} \cdot \hat{a}) P_l'(\hat{a} \cdot \hat{c}). \end{aligned}$$

D'autre part :

$$P_l(\hat{a} \cdot \hat{c}) = \frac{1}{2l+1} [P_{l-1}'(\hat{a} \cdot \hat{c}) - P_{l+1}'(\hat{a} \cdot \hat{c})].$$

Nous en déduisons :

$$\begin{cases} (2l+1) \mathcal{F}_{l_c}^+ P_l(\hat{a} \cdot \hat{c}) = P_{l+1}'(\hat{a} \cdot \hat{c}) - (\vec{\sigma} \cdot \hat{c}) (\vec{\sigma} \cdot \hat{a}) P_l'(\hat{a} \cdot \hat{c}) \\ (2l+1) \mathcal{F}_{l_c}^- P_l(\hat{a} \cdot \hat{c}) = -P_{l-1}'(\hat{a} \cdot \hat{c}) + (\vec{\sigma} \cdot \hat{c}) (\vec{\sigma} \cdot \hat{a}) P_l'(\hat{a} \cdot \hat{c}) \end{cases} \quad (5)$$

L'amplitude de transition se met alors sous la forme :

$$\begin{aligned} \psi(W, \hat{a} \cdot \hat{c}) &= \psi_1(W, \hat{a} \cdot \hat{c}) + (\vec{\sigma} \cdot \hat{c}) (\vec{\sigma} \cdot \hat{a}) \psi_2(W, \hat{a} \cdot \hat{c}) \\ \text{avec : } \psi_1(W, \hat{a} \cdot \hat{c}) &= \sum_l [\psi_{l-1}^+(W) - \psi_{l+1}^-(W)] P_l'(\hat{a} \cdot \hat{c}) \\ \psi_2(W, \hat{a} \cdot \hat{c}) &= \sum_l [\psi_l^-(W) - \psi_l^+(W)] P_l'(\hat{a} \cdot \hat{c}) \end{aligned} \quad (6)$$

Il sera également utile d'avoir les formules inverses donnant $\psi_l^\pm(W)$ en fonction de $\psi_1(W, \hat{a} \cdot \hat{c})$ et $\psi_2(W, \hat{a} \cdot \hat{c})$.

Pour cela posons :

$$\begin{aligned} \psi_1(W, \hat{a} \cdot \hat{c}) &= \sum_l (2l+1) \psi_{l,1}(W) P_l(\hat{a} \cdot \hat{c}) \\ \psi_{l,1}(W) &= \frac{1}{4\pi} \int \psi_l(W, \hat{a} \cdot \hat{c}) P_l(\hat{a} \cdot \hat{c}) d\Omega_c \end{aligned} \quad i = 1, 2 \quad (7)$$

Deux cas se présentent alors :

$$a) \quad \varpi(X) \varpi(X') = \varpi(x) \varpi(x') \\ (-1)^{l+1} = (-1)^{l'}.$$

D'où :

$$M = \pm 1$$

$$b) \quad \varpi(X) \varpi(X') = \varpi(x) \varpi(x') \\ (-1)^{l+1} = (-1)^{l'}.$$

D'où :

$$M = 0$$

En résumé, quel que soit le type de la réaction, nous avons deux possibilités de transition :

$$\text{soit } M = 0, \\ \text{soit } M = \pm 1.$$

2. Décomposition en ondes partielles de l'amplitude d'une transition à $M = 0$ (système du centre de masse).

A. Réaction du type 1.

La transition fait passer de l'onde l de l'état initial à l'onde l de l'état final; J étant conservé, la transition a lieu soit avec $J = l \pm \frac{1}{2}$, soit avec $J = l \pm \frac{1}{2}$. l étant donné, nous avons, par conséquent, deux transitions possibles, $\psi^\pm$ correspondant à $J = l \pm \frac{1}{2}$.

L'amplitude totale peut s'écrire :

$$\left[\begin{aligned} & \chi_{X'}^\dagger \psi(W, \hat{a}, \hat{c}) \chi_X \\ & \psi(W, \hat{a}, \hat{c}) = \sum_l (2l+1) [\psi_l^+(W) \mathfrak{P}_{l_c}^+ + \psi_l^-(W) \mathfrak{P}_{l_c}^-] P_l(\hat{a}, \hat{c}) \end{aligned} \right] \quad (4)$$

χ_X et $\chi_{X'}$ étant des spineurs de Pauli.

$\mathfrak{P}_{l_c}^\pm$ sont les projecteurs de l'onde l sur les variétés propres $J = l \pm \frac{1}{2}$:

$$\mathfrak{P}_{l_c}^+ = \frac{l+1 + \vec{\sigma} \cdot \vec{l}_c}{2l+1} \quad \mathfrak{P}_{l_c}^- = \frac{l - \vec{\sigma} \cdot \vec{l}_c}{2l+1}$$

$$\vec{l}_c = \frac{1}{i} (\hat{c} \times \vec{\nabla}_c).$$

1° *La réaction est du type 1.*

$$x + X \longrightarrow x' + X'.$$

Nous avons : $J = l_i \pm 1/2$, $J = l_f \pm 1/2$, d'où :

$$l_f = l_i, \quad l_i \pm 1. \quad (1)$$

La conservation de la parité nous donne par ailleurs :

$$\varpi(x) \cdot \varpi(X) \cdot (-1)^{l_i} = \varpi(x') \cdot \varpi(X') \cdot (-1)^{l_f} \quad (2)$$

où ϖ désigne les parités intrinsèques.

Deux cas peuvent alors se présenter :

$$a) \quad \varpi(x) \varpi(X) = \varpi(x') \varpi(X') \\ (-1)^{l_i} = (-1)^{l_f}$$

l_i et l_f ont la même parité.

Nous en déduisons que $\Delta l = l_f - l_i = 0$.

$$\Delta l = 0$$

$$b) \quad \varpi(x) \varpi(X) = - \varpi(x') \varpi(X') \\ (-1)^{l_i+1} = (-1)^{l_f}$$

l_i et l_f ont des parités opposées. Par suite :

$$\Delta l = +1$$

2° *La réaction est du type 2.*

$$X + \bar{X}' \longrightarrow \bar{x} + x'.$$

X et $\bar{X}'$ sont soit dans l'état singulet de spin $S = 0$, soit dans l'état tripler $S = 1$; alors $J = l_i$ ou $l_i, l_i \pm 1$.

L'état final étant constitué de deux particules sans spin $J = l_f$. D'où $l_f = l_i, l_i \pm 1$.

La conservation de la parité nous donne par ailleurs :

$$\varpi(X) \varpi(\bar{X}') (-1)^{l_i} = \varpi(x) \varpi(x') (-1)^{l_f}$$

ou puisque $\varpi(\bar{X}') = -\varpi(X')$,

$$\varpi(X) \varpi(X') (-1)^{l_i+1} = \varpi(x) \varpi(x') (-1)^{l_f}. \quad (3)$$

où A^I et B^I sont deux fonctions scalaires invariantes de Lorentz $I = 1$ ou $i\gamma_5$ suivant que la parité $XX'xx'$ est paire ou impaire

Dans les mêmes conditions, pour I nous avons, dans la voie II :

$$\bar{T}^{I'} = u_{X'}(-p') I' [-\bar{A}^{I'}(s, u, t) + i\Delta \bar{B}^{I'}(s, u, t)] u_X(p) \quad (11)$$

et dans la voie III :

$$\mathfrak{C}^{I''} = \bar{u}_{\bar{X}'}(-p') I'' [-\mathcal{A}^{I''}(s, u, t) + i\Delta \mathcal{B}^{I''}(s, u, t)] u_X(p) \quad (12)$$

$u_X(p)$ correspondant au baryon incident X et $u_{X'}(-p')$ à l'antibaryon incident X' . Nous utiliserons la notation sous forme matricielle :

$$A(s, u, t) = [A^I(s, u, t)] \quad (13)$$

matrice à une colonne, chaque ligne étant caractérisée par la valeur de l'isospin.

De même pour $B, \bar{A}, \bar{B}, \mathcal{A}, \mathcal{B}, T, \bar{T}$ et $\mathfrak{C}$.

D'autre part, nous écrivons :

$$T^I(s, u, t) = [A^I(s, u, t) B^I(s, u, t)] \quad (14)$$

et

$$\bar{T}(s, u, t) = [A(s, u, t) \bar{B}(s, u, t)]$$

Notation analogue pour $\bar{T}^{I'}, \bar{T}, \mathfrak{C}^{I''}$ et $\mathfrak{C}$.

Nous définissons enfin les matrices de croisement V et $\bar{V}$ par :

$$T = V \mathfrak{C} \quad (15)$$

et

$$\bar{T} = \bar{V} \mathfrak{C} \quad (16)$$

Elles se calculent à partir de la relation (7).

II. ANALYSE EN ONDES PARTIELLES DE L'AMPLITUDE DE TRANSITION

1. Règles de sélection.

Considérons une transition de spin isotopique fixé. Soit J le moment angulaire total conservé dans la transition. Nous allons chercher pour une onde partielle l_i de l'état initial, les valeurs possibles du moment orbital l_f de l'état final.

charge et du nombre baryonique, conservation du spin isotopique total, de la parité, et de l'étrangeté.

Nous postulons l'existence d'une amplitude de réaction T valable pour les trois voies, fonction des invariants scalaires s , u , t , des spins isotopiques et des spins. Nous avons :

$$T = \sum_I I_I T^I = \sum_{I'} \bar{I}_{I'} \bar{T}^{I'} = \sum_{I''} \mathfrak{I}_{I''} \mathfrak{T}^{I''} \quad (7)$$

T^I , $T^{I'}$, $\mathfrak{T}^{I''}$ sont les amplitudes de réaction respectivement d'isospin total I , I' , I'' dans les voies I, II, III. I_I , $\bar{I}_{I'}$, $\mathfrak{I}_{I''}$ sont des fonctions des indices de charge des particules. Les sommations ont lieu sur tous les états de spin isotopique total pour chacune des voies.

L'amplitude de transition dans la voie I et d'isospin total I est définie à partir de la matrice S par :

$$S_{fi}^I = \delta_{fi}^I - i(2\pi)^4 \delta_4(p + p' + q + q') M_{fi}^I \quad (8)$$

$$M_{fi}^I = (2\pi)^{-6} \frac{(MM')^{1/2}}{(4 p_0 p'_0 q_0 q'_0)^{1/2}} T^I \quad (9)$$

T^I est un scalaire ou un pseudo-scalaire de Lorentz suivant que la parité $XX'xx'$ est paire ou impaire. Dans les deux cas T^I est de la forme :

$$\bar{u}_{X'}(-p') H^I(s, u, t) u_X(p)$$

où u_X et $u_{X'}$ sont des spineurs de Dirac satisfaisant à

$$\begin{aligned} (i\mathbf{p} + M) u_X(p) &= 0 & \mathbf{p} &= \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} = \gamma^\mu \cdot p_\mu \\ (-i\mathbf{p}' + M') u_{X'}(-p') &= 0 \end{aligned}$$

$$\bar{u}_{X'}(-p') = \bar{u}_{X'}^*(-p') \gamma_4$$

$u_X(p)$ et $u_{X'}(-p')$ décrivent les baryons incident et émergent.

La quantité H est un élément de l'algèbre de Dirac construit avec les 16 matrices de Dirac et nous devons former pour l'amplitude T^I un scalaire ou un pseudo-scalaire par combinaison avec les quadrivecteurs indépendants p , p' , et $A = \frac{q - q'}{2}$.

Les combinaisons $\mathbf{p}$ et $\mathbf{p}'$ vont nous conduire à des constantes à cause de l'équation de Dirac. Il en résulte que :

$$T^I = \bar{u}_{X'}(-p') \Gamma[-A^I(s, u, t) + i\Delta B^I(s, u, t)] u_X(p) \quad (10)$$

$$\left| \begin{array}{l} s = (E - \omega)^2 - k^2 - k'^2 - 2kk' \hat{a} \hat{c} \\ u = (E + \omega')^2 = (E' + \omega)^2 = W^2 \\ t = (E - E')^2 - k^2 - k'^2 + 2kk' \hat{a} \hat{c} \end{array} \right. \quad (5)$$

u est le carré de l'énergie W dans le système du centre de masse de la voie II.

Voie III :

q	p	q'	p'	
$q \hat{c}$	$p \hat{a}$	$-q \hat{c}$	$-p \hat{a}$	$\cos \theta_{III} = \hat{a} \hat{c}$
$-\omega$	E	$-\omega'$	E'	

$$\left| \begin{array}{l} s = (E - \omega)^2 - p^2 - q^2 - 2pq \hat{a} \hat{c} \\ u = (E - \omega')^2 - p^2 - q^2 + 2pq \hat{a} \hat{c} \\ t = (E + E')^2 = (\omega + \omega')^2 = W^2 \end{array} \right. \quad (6)$$

t est le carré de l'énergie W dans le système du centre de masse de la voie III. p et q sont liés par la relation $E + E' = \omega + \omega'$.

Comme bosons α nous avons :

α) le pion π ; trois états de charge 0, $+e$, $-e$; masse μ ; parité intrinsèque (-1) ; étrangeté nulle ; spin nul ;

β) le méson K ; deux états de charge 0, $+e$; masse K . Nous faisons l'hypothèse d'une même parité de K^0 et K^+ ; nous le supposons pseudo-scalaire ; étrangeté $+1$; spin nul ; parité relative $(KA) = -1$.

Comme baryons X nous avons : le nucléon N et les hyperons Y (Λ et Σ). Ils ont tous un spin $1/2$.

α) Le nucléon N : deux états de charge 0, $+e$; masse M_N ; étrangeté nulle de parité intrinsèque égale à $+1$ par définition.

β) La particule neutre Λ , masse M_Λ et la particule Σ se présentant sous les trois états de charge 0, $+e$, $-e$ de masse M_Σ ont une étrangeté égale à -1 .

Nous prendrons par définition une parité du Λ égale à 1, car pour les particules d'étrangeté $s = \pm 1$ nous pouvons choisir arbitrairement une parité intrinsèque comme référence. Nous faisons l'hypothèse d'une parité relative $\Sigma\Lambda$ égale à -1 .

Nous négligeons les forces coulombiennes, les interactions alors en présence sont fortes, par suite il y a en plus de la conservation de la

En vertu de la conservation impulsion-énergie, nous avons :

$$p + p' + q + q' = 0. \quad (1)$$

Introduisons les trois scalaires invariants de Lorentz :

$$\left\{ \begin{array}{l} s = -(q + p)^2 = -(q + p)^2 + (q_0 + p_0)^2 \\ u = -(q' + p)^2 \\ t = -(p + p')^2 \end{array} \right. \quad (2)$$

Sur la couche d'énergie, s , u , t sont liés par la relation :

$$s + u + t = M^2 + M'^2 + m^2 + m'^2. \quad (3)$$

Particularisons maintenant la cinématique pour le système du centre de masse de chacune des voies.

Voie I :

q	p	q'	p'	
$k \hat{a}$	$-k \hat{a}$	$+k' \hat{c}$	$-k' \hat{c}$	$\cos \theta_I = \hat{a} \cdot \hat{c}$
ω	E	$-\omega'$	$-E'$	

$\hat{a}$ et $\hat{c}$ sont des vecteurs unitaires.

$$\omega = \sqrt{m^2 + k^2} \quad , \quad E = \sqrt{M^2 + k^2}$$

$$\omega' = \sqrt{m'^2 + k'^2} \quad , \quad E' = \sqrt{M'^2 + k'^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} s = (\omega + E)^2 = (\omega' + E')^2 = W^2 \\ u = (E - \omega')^2 - (k \hat{a} - k' \hat{c})^2 = (E - \omega')^2 - k^2 - k'^2 + 2 k k' \hat{a} \cdot \hat{c} \\ t = (E - E')^2 - k^2 - k'^2 - 2 k k' \hat{a} \cdot \hat{c} \end{array} \right. \quad (4)$$

k et k' sont liés par la relation $\omega + E = \omega' + E'$ et nous pouvons remarquer que, dans le cas donné d'une diffusion pure $m = m'$, $M = M'$, alors $k = k'$.

s est le carré de l'énergie W dans le système du centre de masse de la voie I.

Voie II :

q	p	q'	p'	
$-k' \hat{c}$	$-k \hat{a}$	$k \hat{a}$	$k' \hat{c}$	$\cos \theta_{II} = \hat{a} \cdot \hat{c}$
$-\omega$	E	ω'	$-E'$	

PREMIÈRE PARTIE

DIFFUSION BARYON-BOSON

I. INTRODUCTION

La production associée des particules étranges et les phénomènes qui lui sont liés, font intervenir deux baryons X et deux bosons x .

Ces réactions sont de deux types, suivant la valeur du nombre baryonique B :

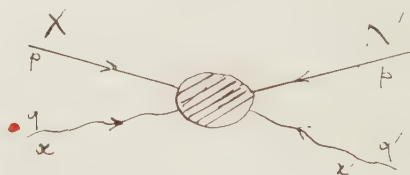
$$B = 1 : x + X \longrightarrow x' + X'$$

Diffusion boson-baryon (type 1)

$$B = 0 : X + \bar{X}' \longrightarrow x + \bar{x}'$$

Annihilation baryon-antibaryon (type 2)

Elles sont contenues dans le diagramme suivant :



duquel nous pouvons extraire trois voies de réactions :

Voie I : $x + X \longrightarrow x' + X'$

Voie II : $\bar{x}' + X \longrightarrow \bar{x} + X'$ réactions du type 1.

Voie III : $X + \bar{X}' \longrightarrow \bar{x} + x'$ réaction du type 2.

p, p', q, q' désignent les quadrimoments entrants impulsion-énergie respectivement des particules X, X', x, x' , de masses M, M', m, m' .

Enfin nous montrons dans les deux éventualités que ce sont principalement les isobares N_{π} et $N_{\pi,\pi}$ qui déterminent les formes de sections efficaces différentielles et totale.

Notre modèle phénoménologique a conduit à de bons résultats dans la production du Λ aussi bien pour les sections efficaces que pour les constantes de couplage et nous espérons que l'application de ce modèle à la production du Σ apportera des résultats complémentaires, tant sur ce dernier point que sur la parité relative $\Lambda\Sigma$.

accord ou le meilleur accord possible avec les résultats expérimentaux. Nous faisons quatre essais en combinant les hypothèses : K' en onde S , K' en onde P , parité $\Lambda\Sigma$ paire, parité $\Lambda\Sigma$ impaire.

Dans une troisième partie, nous présentons un modèle analogue pour le Σ . Du fait du petit nombre de résultats expérimentaux, principalement sur la production du Σ^+ (résultats à une seule énergie), nous ne pouvons envisager des calculs numériques car il convient de traiter simultanément les réactions de production des Σ^+ et Σ^- pour espérer obtenir une solution acceptable.

A l'aide de notre modèle nous avons pu alors retrouver le pic arrière de la distribution angulaire dans la production du Λ ainsi que la courbe résonnante de la section efficace totale. L'accord avec l'expérience n'est apparu que dans deux cas seulement :

1. K' en onde P et parité $\Sigma\Lambda$ impaire ;
2. K' en onde S et parité $\Sigma\Lambda$ paire.

Nous établissons également que le K' a un spin isotopique $I = \frac{1}{2}$.

Dans le cas du K' en onde P et parité $\Lambda\Sigma$ impaire, nous obtenons des constantes de couplage assez bien définies, ces valeurs apparaissent en accord avec les estimations de Y. Nambu et J.-J. Sakurai. Par exemple, nous trouvons :

$$0,18 \lesssim \frac{g_{NAK}^2}{4\pi} \lesssim 0,27.$$

Alors que ces deux derniers auteurs pensent que :

$$0 \lesssim \frac{g_{NAK}^2}{4\pi} \lesssim 3.$$

Au contraire, nous sommes en contradiction avec A. Kanazawa qui, dans une étude sur la production associée, trouve un $\frac{g_{NAK}^2}{4\pi}$ de l'ordre de 5.

Dans le cas du K' en onde S et parité $\Lambda\Sigma$ paire, les constantes de couplage sont moins bien définies quoique liées entre elles par un paramètre.

cinétique du méson π dans le système du laboratoire égale à 600 et 890 meV.

2. Deux termes de la voie II :

- a) Le terme de Born avec un Σ dans l'état intermédiaire ;
- b) Un terme de résonance avec comme état intermédiaire la résonance $\pi - A$ noté Y^* .

3. Un terme de la voie III avec la résonance $\pi - K$ notée K' dans l'état intermédiaire.

Nous avons conduit ce travail de la manière suivante :

Dans une première partie, après avoir remarqué que la production associée des particules étranges et les réactions qui lui sont liées se présentent comme des cas particuliers de la réaction baryon-boson, nous envisagerons une étude cinématique de ce processus général suivie d'une analyse en onde partielle. Cette décomposition est fondamentale dans la construction du modèle phénoménologique. Nous recherchons ensuite les conditions d'unitarité relatives à ces ondes partielles. Vient après le calcul de termes de Born. Tout ce travail technique est effectué compte tenu de toutes les possibilités de parités, nous avons envisagé aussi bien le méson K scalaire que le méson K pseudoscalaire, bien que dans le modèle nous ayons cru bon de ne retenir que cette dernière éventualité. Il convient d'insister sur le fait que cette première étude peut être appliquée à des réactions étrangères à notre problème comme, par exemple, la réaction $K + Y \rightarrow K + Y$.

Dans une deuxième partie, après nous être rendu compte de l'impossibilité d'une utilisation pratique et probablement sans succès des relations de dispersions, nous construisons un modèle pour la production du A . Il donne l'amplitude de réaction en fonction de six paramètres, produits de constantes de couplage provenant des termes de Born et des termes de résonance. Nous essayons de la déterminer afin de reproduire les distributions angulaires et les sections efficaces totales. On s'aperçoit alors que deux des paramètres, à savoir ceux associés aux deux résonances πN de spin isotopique $I = \frac{1}{2}$, peuvent être déterminés indépendamment des autres et qu'ils rendent compte du pic à l'arrière de la distribution angulaire et de la variation de la section efficace totale. Quant aux autres paramètres, en appliquant certaines conditions imposées par l'expérience, nous pouvons les exprimer en fonction d'une seule variable qu'il suffit de faire varier pour avoir un

Interviennent également d'autres amplitudes relatives aux réactions $(\pi N \rightarrow \pi N, \pi K \rightarrow \pi K, KK \rightarrow \pi\pi, \pi\pi \rightarrow \pi\pi)$, mais elles sont extérieures au problème en ce sens qu'on peut les obtenir de façon indépendante. Nous les supposons connues. Ce système d'équations peut être obtenu en tenant compte de la charge et du spin. Les résultats sont compliqués mais on peut penser résoudre ce système en utilisant des méthodes d'approximation.

Il existe cependant une impossibilité fondamentale : en effet, pour obtenir ce système d'équations, nous sommes amenés à négliger dans la condition d'unitarité, les processus inélastiques. Or cette hypothèse est loin d'être vérifiée par exemple dans la production directe :

$$\pi + N \rightarrow K + Y$$

car pour la rendre valable il faut se placer à une énergie du système du centre de masse comprise entre $M_N + \mu$ et $M_N + 2\mu$, alors que le seuil du domaine physique, le seul intéressant en vue d'une confrontation expérimentale, se trouve à l'énergie $K + M_Y$, ce qui correspond à $M_N + n\mu$ avec n de l'ordre de 5 ou 6.

Devant cette impossibilité, nous avons pensé construire un modèle phénoménologique pour la production à basse énergie qui soit plus précis que l'approximation de Born, incapable de reproduire les résultats expérimentaux [11].

Nous considérons simultanément les trois voies :

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad & \pi + N \rightarrow K + Y \\ \text{(II)} \quad & \bar{K} + N \rightarrow \pi + Y \\ \text{(III)} \quad & N + \bar{Y} \rightarrow \pi + K \end{aligned}$$

et dans l'esprit des relations de dispersion nous remplaçons les coupures relatives aux invariants scalaires habituels s, u, t par des pôles choisis de manière à rendre compte des effets des états résonnants des trois voies.

Ainsi, l'amplitude de la production du Λ se présente comme la somme de six termes :

1. Trois termes de la voie I :

a) Le terme de Born avec un nucléon intermédiaire ;

b) Deux termes avec comme états intermédiaires les deux résonances $\pi - N$, $I = \frac{1}{2}$ correspondant respectivement à une énergie

Certains auteurs ont essayé d'expliquer la distribution angulaire de la production associée à l'aide de la résonance πK notée K' , mais les résultats restent très qualitatifs et insuffisants [4].

Si la parité relative $\Lambda\Sigma$ est impaire, le concept de symétrie fondamentale dans le couplage de ces hyperons avec les autres particules n'a plus aucun sens. Nous n'avons pas à l'heure actuelle une évidence expérimentale décisive sur la parité $\Lambda\Sigma$. Néanmoins, la discontinuité observée dans la production du Λ au seuil de la production du Σ [5], de même que certains résultats dans la photoproduction des Λ et Σ [6], semblent indiquer une parité relative impaire.

Un autre problème très important est la détermination de la parité intrinsèque du K par rapport au Λ et au Σ . Il a été établi que si le spin de l'hyperfragment ${}^4\text{He}_\Lambda$ est nul, la réaction



conduit à une parité relative ΛK impaire. Cette réaction a été observée [7], malheureusement le spin de l'état fondamental de ${}^4\text{He}_\Lambda$ n'est pas encore bien défini.

Le but du présent travail est de rendre compte des phénomènes expérimentaux sur la production du Λ et du Σ et d'obtenir des informations sur les parités encore mal connues. Certains auteurs ont envisagé de résoudre ce problème en utilisant les relations de dispersions [8]. Nous avons pensé appliquer la théorie de Mandelstam [9] pour le calcul de l'amplitude de la réaction [10]:

$$(R_Y)\pi + N \rightarrow K + Y.$$

On peut écrire effectivement à partir de cette théorie un système d'équations intégrales reliant cette amplitude à celles des réactions suivantes:

$$1) \quad N + \bar{K} \rightarrow \pi + Y$$

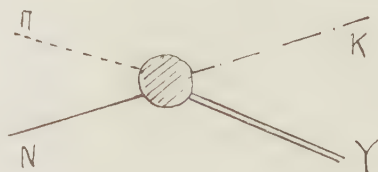
$$2) \quad N + \bar{Y} \rightarrow K + \pi$$

toutes deux relatives aux deux autres voies du diagramme

$$3) \quad \pi + Y \rightarrow \pi + Y$$

$$4) \quad \bar{K} + N \rightarrow \bar{K} + N$$

$$5) \quad K + N \rightarrow K + N$$



Il n'est point question de parler de résultats expérimentaux sur la production des Ξ , aussi nous nous limiterons dans ce présent travail à la production d'hypérons Y (Λ et Σ) d'étrangeté — 1.

Les expériences montrent un pic arrière très marqué dans la distribution angulaire pour Λ et Σ^0 dans le système du centre de masse. Dans (Σ^+) aucun pic arrière n'a été observé et dans (Σ^-) la section efficace différentielle semble être piquée à l'avant à haute énergie.

Le problème du calcul théorique de l'amplitude de la production associée à partir d'une théorie quantique des champs n'a pas été résolue jusqu'à ce jour. La théorie des perturbations n'est pas satisfaisante et elle ne peut donner une explication valable des résultats expérimentaux.

Si l'on suppose l'indépendance de charge, les amplitudes de production des trois Σ : $T^{(-)}$, $T^{(0)}$, $T^{(+)}$, sont liées par la relation

$$T^{(+)} - T^{(-)} = \sqrt{2} T^{(0)}$$

ce qui entraîne l'existence d'inégalités triangulaires pour les trois sections efficaces différentielles ainsi que pour les trois sections efficaces totales. Actuellement, cette prédiction semble expérimentalement vérifiée (Genève, 1958, rapport de J. Steinberger).

La petite différence de masse entre le Λ et le Σ suggère la possibilité de symétrie dans le couplage de ces deux hypérons avec les mésons π , les mésons K et les nucléons. Par des voies différentes, Gell-Mann [1] et Schwinger [2] supposent l'existence d'une symétrie globale où tous les baryons ont le même couplage avec les mésons π et ne peuvent être distingués. On peut aussi postuler une interaction symétrique des Λ et Σ avec les mésons π et les mésons K : c'est la symétrie restreinte. Malheureusement, ni la symétrie globale ni la symétrie restreinte ne conduisent à des prédictions théoriques compatibles avec l'expérience dans le domaine de la production associée.

Pais [3] a suggéré une possibilité d'explication des résultats expérimentaux à l'aide de la symétrie restreinte en introduisant une parité opposée $K^+ K^0$. La symétrie fondamentale est détruite à la fois par la différence de masse $\Lambda\Sigma$ et par la possibilité d'une interaction directe $K^+ K^0 \pi$ respectant la parité et d'un ordre de grandeur analogue à l'interaction électromagnétique. Cependant plusieurs difficultés théoriques subsistent telles que la différence de masse $K^+ K^0$ ou la différence de masse $N \Xi$.

INTRODUCTION

La production associée des particules étranges est d'une grande importance dans la physique des particules élémentaires. La production simultanée d'hypérons et de mésons K dans les collisions pion nucléon à haute énergie est un des phénomènes à l'origine du concept de l'étrangeté qui conduisit au modèle phénoménologique de Gell-Mann et Nishijima défini mathématiquement plus tard par d'Espagnat et Prentki.

L'étude expérimentale est récente. De nombreux groupes s'y sont intéressés. Les résultats sont rassemblés dans les comptes rendus des conférences des trois dernières années (Genève 1958, Kiev 1959, rapports de J. Steinberger, Rochester, 1960). Bien que peu précis, nous avons à notre disposition, à l'heure actuelle, un assez grand nombre de résultats concernant la réaction π

$$\pi^- + p \longrightarrow K^0 + \Lambda$$

aussi bien sur la distribution angulaire que sur la section efficace totale et ceci dans un domaine d'énergie important allant du seuil (900 MeV/c) à 1 430 MeV/c.

Il n'en est pas de même pour la production du Σ . Trois réactions ont été observées :

$$\pi^- + p \longrightarrow \Sigma^- + K^+ \quad (\Sigma^-)$$

$$\pi^- + p \longrightarrow \Sigma^0 + K^0 \quad (\Sigma^0)$$

$$\pi^+ + p^+ \longrightarrow \Sigma^+ + K^+ \quad (\Sigma^+)$$

S'il existe pour la première certains résultats relatifs aux sections efficaces différentielle et totale à diverses énergies, nous n'avons pour (Σ^0) que quelques résultats de sections efficaces totales : quant à (Σ^+) jusqu'au août 1961, nous n'avions d'études expérimentales qu'à une énergie déterminée.

AVANT-PROPOS

Après m'avoir initié à la Physique Théorique, M. le Professeur M. Jean m'a fait l'honneur de présider le Jury. Qu'il reçoive ainsi que M. B. d'Espagnat et M. Ph. Meyer l'expression de ma respectueuse gratitude.

Pour l'aide précieuse qu'il m'a apportée, tous mes remerciements au groupe de chercheurs du Laboratoire de Physique Théorique de la Faculté des Sciences de Bordeaux que M. Michel Gourdin a su former avec dynamisme et compétence.

Je remercie également M^{me} Raphoz pour l'amabilité avec laquelle elle a patiemment dactylographié ce travail.

Je dois à M. Michel Gourdin la réalisation de cette étude. Il m'a constamment prodigué ses conseils efficaces. Je le prie d'accepter ici l'expression de ma profonde reconnaissance et mes plus vifs remerciements.

PROFESSEURS (suite).

Mme DUBREIL	T	Mathématiques (Agrég.).	DE POSSEL	T	Analyse numérique.
Mme LELONG	T	Mathématiques (E.N.S.).	CHARLOT	T	Chimie analytique.
BELLAIR	T	Géologie (S.P.C.N.).	HAISSINSKY	T	Radiochimie.
COTTE	T	Physique (M.P.C.).	LEMÉE	T	Physiologie B.M.P.V. (Orsay).
J.E. DUBOIS	T	Chimie (M.P.C.).	GUÉRIN	T	Chimie (Orsay).
LAMOTTE	T	Zoologie (E.N.S.).	M. CHATELET	T	Chimie (P.C.B.).
André MICHEL	T	Chimie minérale (Orsay).	JEAN		Physique (Orsay).
OLMER	T	Energétique générale.	MATTIER	T	Physique (Orsay).
ROUAULT	T	Physique.	Louis MICHEL		Physique théor. (Orsay).
GAUTHIER	T	Mécanique appliquée.	RUMPF		Chimie (P.C.B.).
BARCHWITZ	T	Chimie physique.	BERGERARD		Biologie animale (S.P.C.N.) (Orsay).
BROSSEL	T	Physique atomique.	BERTEIN		Electronique (Orsay).
BUSER		Biologie animale (P.C.B.).	BOUSSIÈRES		Chimie des radioéléments (Orsay).
CAMUS		Biologie végétale (P.C.B.).	Mme COUTURE		Thermodynamique et Mécanique physique.
CASTAING	T	Physique (Orsay).	ELLENBERGER		Géologie appliquée.
CURIEN	T	Minéralogie et Cristallographie.	FRANC		Biologie animale (P.C.B.).
MOYSE	T	Physiologie végét. (Orsay).	SCHNEL		Botanique tropicale (Orsay).
PANNETIER	T	Chimie (Orsay).	STOLKOWSKI		Biologie animale (P.C.B.).
POSSOMPES	T	Biologie animale (P.C.B.).	ACHER		Chimie biol. (Orsay).
PULLMANN		Chimie théorique.	BAUDOIN		Biologie.
TEILLAC	T	Physique nucléaire et Radioactivité.	BEAUMONT		Biologie animale.
TONNELAT		Biologie physico-chimique.	BLAMONT		Géophysique ionosphère.
VILLE	T	Econométrie.	BOURREAU		Biologie végétale (S.P.C.N.) (Orsay).
WILLEMART		Chimie (P.C.B.).	D. CURIE		Physique (M.G.P.).
DODE	T	Chimie (Orsay).	DURAND-DELGA		Géologie.
FREYMAN	T	Physique (S.P.C.N.).	FRÉON		Chimie organique (Orsay).
GUINCHET	T	Biologie végétale (Orsay).	HELLER		Physiologie végétale.
ROLLET	T	Chimie (P.C.B.).	TORTRAT		Calcul des probabilités.
Mlle JOSIEN	T	Chimie (P.C.B.).	CAILLEUX		Géologie (S.P.C.N.).
CHEVALLEY	T	Géométrie algébrique et théorie des groupes.	MAGNAN	T	Physique (P.C.B.).
ARNOULT	T	Electronique (Orsay).	DAUDEL		Mécanique ondulatoire appliquée à la chimie théorique et à la physique nucléaire.
CHAPELLE	T	Physique (Orsay).	Mlle FOURCROY		Biologie végétale (S.P.C.N.).
DELANCE	T	Mathématiques (Orsay).	BARRAUD		Physiologie cellulaire.
DENY	T	Mathématiques générales (Orsay).	NOIROT		Evolution des êtres organisés.
GERMAIN	T	Mécanique théorique des fluides.	Mme FOURÈS-BRUHAT	T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.
G. LUCAS	T	Géologie.	Mlle VEIL		Physiologie générale.
ALLARD	T	Chimie physique.	LWOFF	T	Microbiologie.
BERTHELOT	T	Physique fondamentale des hautes énergies (Orsay).	SIESTRUNK	T	Mécanique physique et expérimentale.
BRICARD	T	Météorologie.	LACOMBE	T	Métallurgie (Orsay).
Mme ALBE-FESSARD		Psychophysiologie.	BROCHARD	T	Physique (P.C.B.) (Orsay).
FRIEDEL		Physique des solides (Orsay).	CABANNES	T	Mécanique générale.
M. JULIA		Chimie organique structurale.	LESEUR	T	Mathématiques (M.P.C.) (Orsay).
LENDER		Biologie animale (S.P.C.N.) (Orsay).	MAZET	T	Mécanique gén. (Orsay).
MAGAT		Physico-chimie des rayonnements.			
Mlle QUINTIN	T	Electrochimie.			
MONOD	T	Biochimie cellulaire.			
BENOIT	T	Physiologie anim. (Orsay).			

Secrétaire Général..... R. POULAIN.

(Janvier 1961)

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen ZAMANSKY

PROFESSEURS

G. JULIA.....	T Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	JACQUINOT.....	T Spectroscopie (Orsay).
DE BROGLIE.....	T Théories physiques.	VASSY.....	T Physique de l'atmosphère.
PRENANT.....	T Anatomie et Histologie comparées.	DESTOUCHES.....	T Théories physiques.
PÈRES.....	T Mécanique des fluides et applications.	PRUVOST.....	T Géologie.
BOURCART.....	T Géographie physique et Géologie dynamique.	AMIEL.....	T Chimie des solides.
PLANTEFOL.....	T Botanique.	HOCART.....	T Minéralogie et Cristallographie.
GRASSÉ.....	T Evolution des êtres organisés.	J.P. MATHIEU.....	T Recherches physiques.
PRÉVOST.....	T Chimie organique.	COUTEAUX.....	T Biologie animale (P.C.B.).
BOULIGAND.....	T Analyse appliquée à la Géométrie.	MAY.....	T Zoologie (Orsay).
CHAUDRON.....	T Chimie appliquée.	CHOQUET.....	T Théorie des fonctions et Topologie.
WYART.....	T Minéralogie et Cristallographie.	FELDMANN.....	T Biologie végétale (P.C.B.).
TEISSIER.....	T Zoologie.	GUINIER.....	T Physique des solides (Orsay).
MANGENOT.....	T Biologie végétale (Orsay).	JOST.....	T Physiologie comparée.
AUGER.....	T Physique quantique et Relativité.	FORTET.....	T Calcul des probabilités.
MONNIER.....	T Physiologie des Fonctions.	SCHWARTZ.....	T Calcul différentiel et intégral.
PIVETEAU.....	T Paléontologie.	CHOUARD.....	T Physiologie végétale.
ROCARD.....	T Physique (E.N.S.).	MALAVARD.....	T Aviation (Techn. Aéron.).
CARTAN.....	T Mathématiques (E.N.S.).	BRELOT.....	T Calcul différentiel.
LAFFITTE.....	T Chimie générale.	NORMANT.....	T Synthèse organique générale.
FAVARD.....	T Géométrie supérieure.	BENARD.....	T Chimie (E.N.S.C.P.).
COULOMB.....	T Physique du Globe.	BUVAT.....	T Botanique (E.N.S.).
Mlle COUSIN.....	T Biologie.	DUGÉ.....	T Statistiques mathématiques.
CHRÉTIEN.....	T Chimie minérale.	SOULAIRAC.....	T Psychophysiologie.
DRACH.....	T Zoologie.	ULRICH.....	T Physiologie végét. (E.N.S.).
KASTLER.....	T Physique (E.N.S.).	MARÉCHAL.....	T Optique théorique et appliquée.
EPHRUSSI.....	T Génétique.	KIRRMANN.....	T Théories chimiques.
RIVIÈRE.....	T Géologie (Orsay).	CHADEFAUD.....	T Botanique.
GAUTHERET.....	T Biologie (P.C.B.).	Mlle LE BRETON.....	T Physiologie.
R. LUCAS.....	T Recherches physiques.	SALEM.....	T Mathématiques générales.
A. THOMAS.....	T Chimie cellulaire.	LELONG.....	T Mathématiques générales.
ARNULF.....	T Optique appliquée.	DEVILLERS.....	T Anatomie et Histologie comparées.
MORAND.....	T Physique Enseignement.	EHRSMANN.....	T Topologie algébrique.
SOLEILLET.....	T Physique (P.C.B.).	FRANÇON.....	T Physique (S.P.C.N.).
FORTIER.....	T Mécanique expérimentale des fluides.	GLANCEAUD.....	T Géographie physique et Géologie dynamique.
DANJON.....	T Astronomie.	GODEMENT.....	T Mathématiques (M.P.C.).
PETIT.....	T Biologie maritime.	PISOT.....	T Calcul des probabilités.
QUENEY.....	T Météorologie et dynamique atmosphérique.	ROCH.....	T Géologie.
GALLIEN.....	T Embryologie.	SCHATZMAN.....	T Astrophysique.
EICHHORN.....	T Biologie végétale (P.C.B.).	TERMIER.....	T Paléontologie stratigraphique.
DE CUGNAC.....	T Biologie végétale (S.P.C.N.).	ZAMANSKY.....	T Mathématiques générales.
Mlle CAUCHOIS.....	T Chimie Physique.	LENNUIER.....	T Physique (P.C.B.).
THELLIER.....	T Physique du Globe.	RIZET.....	T Génétique (Orsay).
L'HÉRITIER.....	T Biologie générale (Orsay).	ROUTHIER.....	T Géologie appliquée.
GRIVET.....	T Radioélectricité (Orsay).	Mme TONNELAT.....	T Relativité.
PONCIN.....	T Mécanique générale.	M. LÉVY.....	T Mathématiques (M.P.C.).
DUBREIL.....	T Arithmétique et Théorie des Nombres.	SOUGHAY.....	T Chimie (P.C.B.).
QUELET.....	T Chimie organique.	AIGRAIN.....	T Electrotechnique générale.
CAGNIARD.....	T Géophysique appliquée.	BRUSSET.....	T Chimie minérale.
CHAMPETIER.....	T Chimie macromoléculaire.	M. LÉVY.....	T Physique théorique des hautes énergies (Orsay).
CUVILLIER.....	T Micropaléontologie.	Mme CHAIX.....	T Chimie biologique.
JUNG.....	T Pétrographie.	Mme HUREL-PY.....	T Biologie végétale (P.C.B.).
TRILLAT.....	T Microscopie et diffraction électronique.	PLAUX.....	T Chimie (S.P.C.N.).
WIEMANN.....	T Chimie organique et structurale.	BRUN.....	T Mécanique expérimentale des fluides.
		LEDERER.....	T Chimie biologique.

SÉRIE A, N° 3823

N° D'ORDRE :

4674

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

MARCEL RIMPAULT

1^{re} THÈSE. — CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE LA PRODUCTION ASSOCIÉE
DES PARTICULES ÉTRANGES.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 31 Janvier 1962 devant la Commission d'examen.

MM. JEAN	<i>Président.</i>
D'ESPAGNAT	{ <i>Examineurs.</i>
MEYER.....	
GOURDIN	<i>Invité.</i>

BORDEAUX
IMPRIMERIE SAMIE
21-23, rue Teulère

1962

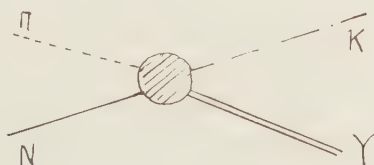
DEUXIEME PARTIE

ÉTUDE DE LA PRODUCTION DU Λ

I. INTRODUCTION

Nous allons voir qu'il est pratiquement impossible d'utiliser des relations de dispersions dans l'étude de la production associée.

Nous avons le diagramme suivant :



La voie I décrit la production associée des particules étranges :

$$\pi + N \longrightarrow K + Y.$$

La voie II correspond à la production d'hypérons par l'absorption des mésons K par des nucléons :

$$K + N \longrightarrow \pi + Y.$$

La voie III est la production d'une paire pion-kaon à partir du système nucléon-antinuécléon :

$$N + Y \longrightarrow \pi + K.$$

Si nous postulons l'existence de relations de dispersions dans la voie I, les intégrales relatives à la variable s (carré de l'énergie dans le système du centre de masse de la voie I) ont une borne inférieure égale à $(M_N + \mu)^2$ correspondant à un état à un nucléon et un pion, tandis que le seuil physique de la production associée des particules étranges est $(M_Y + K)^2$. Nous avons par conséquent une coupure anormale très grande [12].

Dans la figure ci-dessous, nous reproduisons les nombreuses coupures dans le plan complexe de la variable s correspondant aux seuils de production de 1, 2, 3, etc., pions.

Ainsi que les seuils physiques de production d'un Λ ou un Σ .

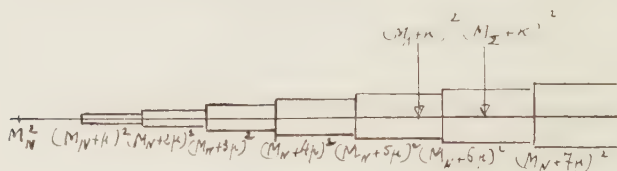


FIG. 1

Le point $s = M_N^2$ est un pôle pour l'amplitude de réaction, correspondant à l'état intermédiaire à un nucléon.

Si nous retenons seulement les états intermédiaires constitués d'un seul nucléon et de un ou plusieurs mésons π , la condition d'unitarité prend la forme symbolique suivante :

$$\text{Im} \langle YK | T | N, \pi \rangle = \sum_n \langle YK | T | N, n\pi \rangle \langle N, n\pi | T | N, \pi \rangle^*.$$

La fonction spectrale sur la coupure anormale est le prolongement analytique de cette condition d'unitarité [13] obtenu par simple continuation analytique de l'amplitude de transition $Y + K \rightarrow N + n\pi$.

Par exemple, dans l'intervalle $(M_N + \mu)^2 < s < (M_N + 2\mu)^2$, la condition d'unitarité peut être prolongée sous la forme simple :

$$\text{Im} f_l^\pm = f_l^\pm e^{-i\delta_l^\pm} \sin \delta_l^\pm$$

où $\delta^\pm$ est le déphasage de la diffusion pion-nucléon dans l'état de moment angulaire orbital l et de moment angulaire total $j = l \pm 1/2$.

Une telle forme pour la fonction spectrale conduit à une équation intégrale d'Omnès-Mushkelishvili que l'on peut résoudre en fonction de termes provenant des contributions dues aux voies II et III [14].

Malheureusement nous voulons déterminer l'amplitude de la production associée dans le domaine physique, c'est-à-dire pour $s < (M_Y + K)^2$. Or la figure 1 nous montre que nous sommes alors dans les mêmes conditions que pour l'étude de la production multiple de mésons π

$$\pi + N \rightarrow n\pi + N$$

avec n de l'ordre de 5 ou 6.

Il s'ensuit que dans les intégrales de dispersion il se révèle impossible d'utiliser une fonction spectrale approchée, calculée comme plus haut en se limitant à des états intermédiaires constitués d'un nucléon et d'un seul méson π . Il n'est pas possible de négliger les processus inélastiques dans ce domaine de l'énergie. D'autre part, nous ne connaissons pas les propriétés analytiques des amplitudes de transition correspondant à la production multiple de mésons π . Il n'y a par conséquent aucun moyen de tenir compte de tels états intermédiaires, certainement très importants.

En définitive, la technique des relations de dispersions ne peut pas être utilisée pour la production associée, de la même manière que pour la production multiple de mésons π , sans utiliser des approximations trop grossières.

Devant ce fait, nous allons essayer de construire un modèle phénoménologique pour la production associée à basse énergie, plus précis que l'approximation de Born incapable de reproduire les résultats expérimentaux. Dans l'esprit des relations de dispersions, nous considérons simultanément les trois voies et remplaçons les coupures relatives aux variables s , u , t par des pôles choisis de manière à rendre compte des effets des états résonnants dans les trois voies.

Nous pouvons remarquer qu'une telle approximation appliquée aux voies II et III est légitime, aussi longtemps que nous nous intéressons à l'amplitude de la production associée de la voie I. Pour les résonances $\pi - N$ de la voie I, la situation apparaît plus délicate.

Voie I.

Nous avons essentiellement trois résonances $\pi - N$.

a) La résonance $I = \frac{3}{2}$, $J = \frac{3}{2}$, $L = 1$ à $E_c = 190$ MeV (E_c = énergie cinétique du méson π dans le système du laboratoire). Notation N^* .

b) La résonance à 600 MeV, probablement dans les états: $I = \frac{1}{2}$, $J = \frac{3}{2}$, $L = 2$. Notation N_* .

c) La troisième résonance (notation N_{**}) à 890 MeV dans les états probables:

$$I = \frac{1}{2}, \quad J = \frac{5}{2}, \quad L = 3.$$

Les états résonnants N_* et N_{**} ne sont pas parfaitement définis, les résultats donnés ici sont ceux obtenus à partir d'une analyse de polarisation d'une expérience de photoproduction du π^0 [15].

Nous associons, dans le plan complexe de la variable s , un pôle à chaque résonance et nous reproduisons dans la figure 2, la position des trois résonances par rapport aux seuils de production du Σ et du Λ .

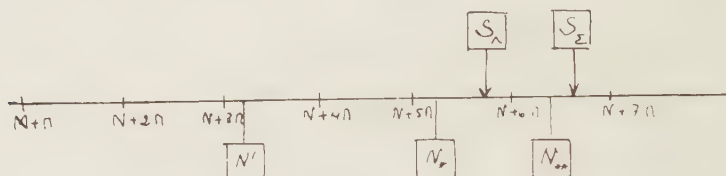


FIG. 2

Afin de comprendre le mécanisme de la production multiple de mésons π , aussi bien que le processus de la production associée, nous devons certainement tenir compte de l'existence des résonances $\pi - N$.

En 1954, Lindenbaum et Yuau [16] ont étudié expérimentalement la production de mésons π obtenus en bombardant des cibles de Be et d'hydrogène par des protons d'énergie variant entre 1.0 Bev et 3.0 Bev. Ils ont trouvé que pour des énergies comprises entre 1.0 Bev et 2.3 Bev le spectre d'énergie du pion observée dans le système du centre de masse du système nucléon-nucléon a une forme semblable à la courbe de section efficace totale exprimée en fonction de l'énergie de la diffusion $p + \pi^+$ avec un pic très marqué à basse énergie situé entre 100 et 200 MeV. Cette observation, ainsi que le rapport de branchement π^+/π^- , ont conduit Lindenbaum et Sternheimer [17] à penser que la forte interaction pion-nucléon (résonance $I = \frac{3}{2}, J = \frac{3}{2}$) domine dans le processus de production π par collisions nucléon-nucléon, et à supposer que l'un des nucléons ou les deux sont excités dans un état de spin isotopique T et de moment angulaire $J = \frac{3}{2}$, cet isobare se désintégrant ensuite pour donner un nucléon et un méson π .

Plus tard, R. Peierls [18] a repris ce modèle isobarique pour donner une interprétation théorique des deux résonances $\pi - N$ d'isospin $I = \frac{1}{2}$ et d'énergies 600 MeV et 890 MeV.

Nous construirons un modèle phénoménologique qui possède quelques analogies avec le modèle isobarique et nous ajouterons aux termes $\pi - N$ les contributions sous forme de pôles dus aux voies II et III.

Contributions des voies II et III.

Le premier état intermédiaire, dans la voie II, est un état $\pi - Y$ (mis à part l'état intermédiaire à un Y) et dans la voie III un état $\pi - K$.

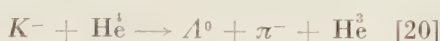
Dans les deux cas, une résonance a été observée expérimentalement. Dans le calcul de l'amplitude de la production associée, nous ne retiendrons que les contributions dues à ces résonances et nous remplacerons les coupures relatives aux variables u et t par des pôles localisés aux énergies de résonance.

Voie II.

Une résonance $\pi - Y$ a été trouvée dans les réactions :



et



En utilisant la même méthode que pour la résonance $\pi - K$.

Les pics dans la distribution en impulsion du π^- dans la première expérience et dans celle du He^3 dans la seconde, peuvent être expliqués par une résonance $\Lambda^0 - \pi^-$ notée par Y^* à l'énergie $E_R = 1\,380 \pm 30$ MeV. L'isospin est bien définie parce que le système $\Lambda - \pi$ ne peut exister que dans l'état $I = 1$ [19].

Quant au moment angulaire total J et la parité intrinsèque ξ_{Y^*} la situation expérimentale n'est pas encore aussi claire.

Des expériences de polarisation semblent indiquer la valeur $J = \frac{1}{2}$ pour le moment angulaire total du Y^* .

D'autre part, on a observé une désintégration dans l'état S du Y^* , $Y^* \rightarrow \Lambda + \pi$ et aucune désintégration $Y^* \rightarrow \Sigma + \pi$ dans ce même état. Ces résultats peuvent être expliqués si on suppose une parité intrinsèque $\xi_{Y^*} = -1$ (par convention, nous prenons $\xi_{\Lambda} = +1$), ce qui permet un état S pour le système $\Lambda + \pi$ et une parité intrinsèque $\xi_{\Sigma} = -1$ interdit une onde S pour le système $\Sigma + \pi$. Bien que ce ne soit pas la seule manière de comprendre les résultats expérimentaux, nous supposons que $J = 0$ et $\xi_{Y^*} = -1$.

L'existence d'autres résonances $\pi\Sigma$ dans les états d'isospin $I = 0$ ou $I = 2$ a été prédite par certains modèles théoriques [21]. Cependant, nous n'avons aucune évidence expérimentale de telles résonances, au moins jusqu'à 1 600 MeV. Cette énergie est suffisamment grande pour nous permettre ces autres résonances possibles dans notre problème.

Voie III.

En mesurant la distribution en impulsion du proton sortant dans la réaction



Good interprète la déviation du spectre du proton à partir de la distribution dans l'espace des phases comme une résonance πK [22]. La position et la largeur de cette résonance sont assez bien définies. Leurs valeurs les plus récentes [23] sont $E_R = 885 \pm 3$ MeV et $2\Gamma = 16$ MeV, ce qui indique que la résonance est très étroite.

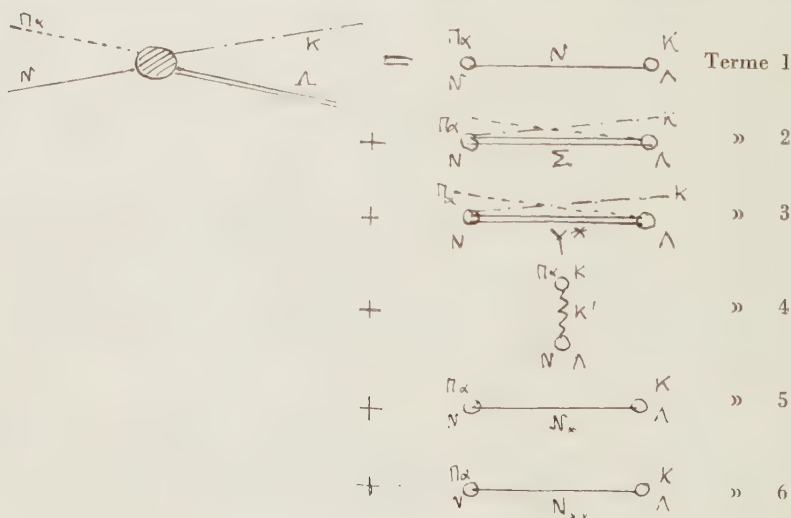
Par ailleurs, des considérations théoriques [24] permettent de produire l'existence d'une résonance πK notée K' , $J = 0$, $I = \frac{1}{2}$, avec une parité relative $K - K'$ impaire de façon à permettre un couplage $KK'\pi$ conservant la parité. Malheureusement, jusqu'à présent, les nombres quantiques J et I de cette résonance sont encore très mal connus expérimentalement, bien qu'il semble probable que I soit égale à $\frac{1}{2}$ [32].

Dans l'hypothèse $J = 1$, la parité relative $K - K'$ doit être au contraire paire.

II. PRESENTATION DU MODELE

Nous nous proposons de calculer la section efficace différentielle pour la réaction $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda$, en utilisant le modèle de pôles présenté au chapitre précédent et de comparer ensuite ces résultats avec ceux déterminés expérimentalement.

Nous considérons l'amplitude de la production des Λ comme la somme de termes de pôles représentés par les diagrammes suivants :



α représente l'indice d'isospin du méson π : $\alpha = 1, 2, 3$.

Les termes 1, 5 et 6 proviennent de la voie directe I.

Les termes 2 et 3 sont les contributions dues à la voie II.

Le terme 4 est la contribution due à la voie III.

Remarques.

Le terme avec un N intermédiaire ne figure pas puisque l'amplitude de production du Λ est un état pur, $I = \frac{1}{2}$.

Le terme 4 n'existe que dans l'hypothèse d'un spin isotopique du K' égal à $\frac{1}{2}$.

Les termes 1 et 2 sont les termes de Born.

Rappelons les hypothèses de parités intrinsèques que nous faisons :

$$\xi_{\Lambda} = +1 \text{ par convention}$$

$$\xi_{Y^*} = -1$$

$$\xi_K = -1$$

$$\xi_{K'} = +1 \text{ dans l'hypothèse du } K' \text{ en onde } S$$

$$\xi_{K'} = -1 \quad \quad \quad \gg \quad \quad \quad \gg \text{ en onde } P$$

Nous envisagerons les deux cas $\xi_{\Sigma} = -1$ et $+1$.

Facteurs de charge relative à la réaction $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda$.

La réaction $\pi_x + N \rightarrow K + \Lambda$ n'a qu'un seul état de spin isotopique $I = \frac{1}{2}$. L'amplitude correspondante T_x pour un π incident d'indice de charge α a la forme simple

$$(1) \quad \left| \overline{T_{\alpha}} = \tau_{\alpha} T \right|$$

où T est indépendant de l'isospin.

Nous avons en appelant $T^{(-)}$ l'amplitude de la réaction

$$\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda,$$

$$T^{(-)} = \langle \Lambda K^0 | T | \pi^- p \rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \langle \Lambda K^0 | T | \pi_1 p \rangle - i \langle \Lambda K^0 | T | \pi_2 p \rangle \right\}$$

$$= \frac{T}{\sqrt{2}} \left\{ \langle - | \tau_1 | + \rangle - \langle - | i \tau_2 | + \rangle \right\}$$

Or

$$\tau^- = \frac{1}{2} (\tau_1 - i\tau_2).$$

D'où :

$$T^{(-)} = \frac{T}{\sqrt{2}} \left\{ < - | 2 \tau^- | + > \right\}$$

$$T^{(-)} = T \sqrt{2} \quad (2)$$

Forme des hamiltoniens. Introduction des constantes de couplage.

Nous utiliserons la méthode de Feynman pour le calcul des quatre premiers termes (pour le terme 4 uniquement dans le cas du K' en onde S).

Nous allons par conséquent préciser les hamiltoniens utilisés et par là-même introduire les constantes de couplage.

Terme 1.

Vertex πNN

$$V_{\pi NN} = i g_{\pi NN} \bar{\psi}_N \gamma_5 \tau \psi_N \vec{\Phi}_\pi$$

$$V_{KAN} = i g'_{KAN} \bar{\psi}_N \gamma_5 \vec{\Phi}_K \psi_A + h.c$$

$$g_1 = g_{\pi NN} \cdot g_{KAN} \quad \text{réel}$$

Terme 2.

$$V_{K\Sigma N} = g_{K\Sigma N} \bar{\psi}_N \Gamma \vec{\tau} \psi_\Sigma \vec{\Phi}_K + h.c$$

$$V_{\pi A \Sigma} = g_{\pi A \Sigma} \bar{\psi}_A \Gamma \vec{\psi}_\Sigma \vec{\Phi}_\pi + h.c$$

$$g_2 = g_{K\Sigma N} g_{\pi A \Sigma} \quad \text{réel}$$

$\Gamma = 1$ ou $+ i\gamma_5$ suivant que la partie relative ΣA est impaire ou paire.

Terme 3.

$$V_{KY^*N} = g_{KY^*N} \bar{\psi}_N \vec{\tau} \vec{\Phi}_K \psi_{Y^*} + h.c$$

$$V_{AY^*N} = g_{AY^*N} \bar{\psi}_A \vec{\psi}_{Y^*} \vec{\Phi}_\pi + h.c.$$

$$g_3 = g_{KY^*N} g_{AY^*\pi} \quad \text{réel}$$

Terme 4.

$$\begin{aligned} V_{\pi KK'} &= g_{KK'\pi} \Phi_{K'}^* \vec{\tau} \Phi_K \Phi_\pi + h.c \\ V_{NAK'} &= g_{NAK'} \bar{\psi}_N \Phi_{K'} \psi_A + h.c \\ g_4 &= g_{KK'\pi} g_{NAK'} \quad \text{réel} \end{aligned}$$

Nous ne considérons pas d'hamiltonien pour les termes 5 et 6 ainsi que pour le terme 4 dans l'hypothèse du K' en onde P , car nous utiliserons une méthode phénoménologique pour le calcul de ces termes.

Calcul des termes 1, 2, 3, 4 (K' onde S).

Le tableau (2) [première partie, chapitre IV] nous donnera :

Terme 1.

$$\begin{aligned} \Gamma = \Gamma' &= i\gamma_5 \quad , \quad M_Z = M = M_N \quad , \quad M' = M_A \\ (A, B) &= \frac{g_1}{s - M_N^2} \left(\frac{M_A - M_N}{2}, 1 \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Terme 2.

$$\begin{aligned} \Gamma = \Gamma' &= 1 \quad , \quad M_Z = M_\Sigma \quad , \quad M = M_N \quad , \quad M' = M_A \\ (A, B) &= \frac{g_2}{u - M_\Sigma^2} \left(M_\Sigma + \frac{M_N + M_A}{2}, -1 \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Le coefficient -1 est dû au fait déjà signalé que le terme 2 provient de la voie II.

Terme 3.

$$\begin{aligned} \Gamma = \Gamma' &= 1 \quad , \quad M_Z = M_{Y^*} \quad , \quad M = M_N \quad , \quad M' = M_A \\ (A, B) &= \frac{g_3}{u - M_{Y^*}^2} \left(M_{Y^*} + \frac{M_N + M_A}{2}, -1 \right). \end{aligned} \quad (5)$$

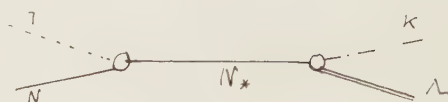
Le tableau [première partie, chapitre IV] nous donne :

Terme 4.

$$(A, B) = \frac{g_4}{t - K'^2} (-1, 0) \quad (6)$$

K' désigne la masse de la particule K' , image de la résonance $\pi - K$ supposée infiniment étroite.

Calcul du terme 5: N_* .



Rappelons que la résonance $\pi - N$ est dans l'état $J = \frac{3}{2}$, $L = 2$ et que son énergie est $W_r = \sqrt{s_r}$ dans le système du centre de masse des deux particules. Les amplitudes A et B associées à ce terme sont reliées aux fonctions f_1 et f_2 du système du centre de masse par des relations du type

$$\begin{cases} A = \alpha_1(s)f_1 + \alpha_2(s)f_2 \\ B = \beta_1(s)f_1 + \beta_2(s)f_2 \end{cases}$$

où formule [première partie, chapitre II, f. 23]:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \left(W + \frac{M_A + M_N}{2} \right) \beta_1 & \beta_1 &= \frac{1}{2W} [(E_N + M_N)(E_A + M_A)]^{-1/2} \\ \alpha_2 &= - \left(W - \frac{M_A + M_N}{2} \right) \beta_2 & \beta_2 &= - \frac{1}{2W} [(E_N - M_N)(E_A - M_A)]^{-1/2} \end{aligned} \quad (7)$$

f_1 et f_2 se décomposent en ondes partielles suivant les relations [première partie, chapitre II, f. 6]:

$$\begin{aligned} f_1 &= \sum_l [f_l^-(s) - f_l^+(s)] P_l'(\cos \theta) \\ f_2 &= \sum_l [f_l^-(s) + f_l^+(s)] P_l'(\cos \theta) \end{aligned} \quad (8)$$

a) Nous commençons par négliger toutes les ondes partielles autres que f_2^- qui correspond à $J = \frac{3}{2}$, $L = 2$. Nous en déduisons:

$$\begin{aligned} f_1 &= -f_2^- P_1'(\cos \theta) = -f_2^- \\ f_2 &= f_2^- P_2'(\cos \theta) \end{aligned} \quad (9)$$

D'où:

$$\begin{cases} A = [-\alpha_1 + \alpha_2 P_2'(\cos \theta)] f_2^- \\ B = [-\beta_1 + \beta_2 P_2'(\cos \theta)] f_2^- \end{cases} \quad (10)$$

b) Si nous prenons pour $f_2(s)$ une forme de Breit-Wigner :

$$f_2^- = \frac{k\gamma}{s - s_2 + i\gamma} \quad (11)$$

où γ est proportionnel à la largeur de résonance 2Γ (γ réel),

$$\gamma = 2 M_N \Gamma.$$

La condition d'unitarité

$$\text{Im } f_2^- = f_2^- e^{-i\delta(s)} \sin \delta(s)$$

(où $\delta(s)$ est le déphasage $\pi - N$ correspondant à cette résonance) quand on la prolonge analytiquement au-dessous du seuil physique jusqu'en $s = s_r$ nous montre que k est réel. En effet :

$$f_2^- = k\gamma \frac{(s - s_r) - i\gamma}{(s - s_r)^2 + \gamma^2}$$

$$\text{Im } f_2^- = \frac{\gamma}{(s - s_r)^2 + \gamma^2} [(s - s_r) \text{Im } k - \gamma \text{Re } k].$$

D'où la condition d'unitarité s'écrit :

$$(s - s_r) \text{Im } k - \gamma \text{Re } k = k [(s - s_r) - i\gamma] e^{-i\delta(s)} \sin \delta(s)$$

qui prolongée jusqu'en $s = s_r$ s'écrit pour cette valeur puisque $\delta(s_r) = +\pi/2$,

$$\text{Re } k = k$$

c'est-à-dire : k réel.

c) Si nous faisons enfin l'hypothèse d'une résonance infiniment étroite, c'est-à-dire l'hypothèse d'une particule N_* de masse égale à W_r , nous avons alors pour A et B des expressions de la forme :

$$\left| \begin{aligned} A &= \frac{a(s_r, \cos \theta)}{s - s_r} \\ B &= \frac{b(s_r, \cos \theta)}{s - s_r} \end{aligned} \right. \quad (12)$$

En rapprochant (10), (11), (12) nous en déduisons pour A et B :

$$\left| \begin{aligned} A &= [-\alpha_1(s_r) + \alpha_2(s_r) P_2'(\cos \theta)] \frac{g}{s - s_r} \\ B &= [-\beta_1(s_r) + \beta_2(s_r) P_2'(\cos \theta)] \frac{g}{s - s_r} \end{aligned} \right. \quad (13)$$

g est réel ainsi que $\alpha_1(s_r)$ et $\beta_1(s_r)$, $\alpha_2(s_r)$ et $\beta_2(s_r)$ sont imaginaires pures [25].

d) *Calcul numérique.*

La résonance N_* étant à 600 MeV ($= E_c =$ énergie cinétique du méson π dans le laboratoire), nous obtenons à partir de :

$$\begin{aligned} s_r &= (M_N + \mu)^2 + 2 M_N E_c \\ s_r &= 117,39 \text{ (en unité } \hbar = \mu = c = 1), \\ W_r &= 10,838. \end{aligned} \quad (14)$$

Les formules (13) s'écrivent en introduisant un paramètre de couplage λ_* proportionnel à g :

$$\begin{aligned} A &= [-7,16 + i 156,14 \cos \theta] \frac{\lambda_*}{s - 117,39} \\ B &= [-0,3936 - i 44,84 \cos \theta] \frac{\lambda_*}{s - 117,39} \end{aligned} \quad (15)$$

*Calcul du terme 6 : N_{**} .*



Le calcul est analogue à celui du N_* , la résonance considérée ici est dans l'état $J = \frac{5}{2}$, $L = 3$.

a) Nous commençons par négliger toutes les ondes partielles autres que f_3^- , nous en déduisons :

$$\begin{cases} f_1 = -f_3^- P'_2(\cos \theta) \\ f_2 = f_3^- P'_3(\cos \theta) \end{cases} \quad (16)$$

D'où :

$$\begin{cases} A = [-\alpha_1 P'_2(\cos \theta) + \alpha_2 P'_3(\cos \theta)] f_3^-(s) \\ B = [-\beta_1 P'_2(\cos \theta) + \beta_2 P'_3(\cos \theta)] f_3^-(s) \end{cases} \quad (17)$$

b) En prenant pour $f_3^-(s)$ une forme de Breit-Wigner :

$$f_3^-(s) = \frac{k\gamma}{s - s_r + i\gamma}. \quad (18)$$

Comme dans le cas du N_{**} , la condition d'unitarité

$$\text{Im } f_3^-(s) = f_3^-(s) e^{-i\delta} \sin \delta$$

où δ est le déphasage $\pi - N$ correspondant à cette résonance, nous montre que k est réel.

c) Enfin l'hypothèse d'une résonance infiniment étroite équivalente à l'hypothèse d'une particule N_{**} dont la masse est égale à l'énergie de résonance nous donne pour A et B :

$$\begin{aligned} A &= [-\alpha_1(s_r) P'_2(\cos \theta) + \alpha_2(s_r) P'_3(\cos \theta)] \frac{g}{s - s_r} \\ B &= [-\beta_1(s_r) P'_2(\cos \theta) + \beta_2(s_r) P'_3(\cos \theta)] \frac{g}{s - s_r} \end{aligned} \quad (19)$$

g est réel ainsi que tous les α et β car dans le cas du N_{**} l'énergie de résonance appartient au domaine physique [26].

d) Calcul numérique.

La résonance N_{**} étant à $E_c = 890$ MeV, nous en déduisons en utilisant

$$s_r = (M_N + \mu)^2 + 2 M_N E_c$$

$$s_r = 145,21$$

$$W_r = 12,051.$$

Nous en déduisons en introduisant une constante réelle λ_{**} proportionnelle à g :

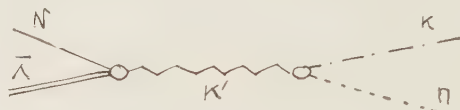
$$\begin{aligned} A &= [-8,265 P'_2(\cos \theta) + 72,044 P'_3(\cos \theta)] \frac{\lambda_{**}}{s - s_r} \\ B &= [-0,4259 P'_2(\cos \theta) - 15,335 P'_3(\cos \theta)] \frac{\lambda_{**}}{s - s_r} \end{aligned} \quad (20)$$

La résonance N_{**} étant située dans le domaine physique de la production du A , nous serons amenés à introduire une largeur de résonance 2γ , c'est-à-dire remplacer $\frac{1}{s - s_r}$ par $\frac{1}{s - s_r + i\gamma}$ avec $\gamma > 0$.

Nous pouvons avoir une limitation supérieure de γ en supposant qu'elle correspond à celle de la diffusion $\pi - N$ qui est de l'ordre de 50 MeV [27]:

$$(21) \quad \begin{aligned} \gamma &= 2 M_N \Gamma \\ \gamma &\leq 5. \end{aligned}$$

Calcul du terme 4 dans l'hypothèse du K' en onde P .



Le calcul est analogue à ceux du N_* et du N_{**} .

Nous sommes ici dans la voie III. La parité du K' est impaire, il en est par suite de même du système $N\bar{A}$ dont la parité est

$$\xi_N \cdot \xi_{\bar{A}} (-1)^{l_i} = (-1)^{l_i+1}$$

où l_i est le moment orbital du système initial $N\bar{A}$. Nous en déduisons par conservation de la parité que l_i est pair. Par ailleurs, K' étant dans l'état P , J est égal à 1, le spin total du système $N\bar{A}$ étant égal à 0 ou 1, l_i ne peut prendre que les valeurs 0 et 2 puisqu'il doit être pair.

En conclusion, les seules amplitudes permises sont $f_0^+(t)$ et $f_2^-(t)$.

Les amplitudes A et B associées à ce terme sont reliées aux fonctions f_1 et f_2 du système du centre de masse par des relations du type [première partie, chapitre II, f. 34,]:

$$\begin{cases} A = [\alpha_1(t) + \gamma_1(t) P'_2(\cos \theta_{III})] f_1 + \alpha_2(t) f_2 \\ B = \beta_1(t) f_1 \end{cases} \quad (22)$$

où les α , β , γ sont proportionnels (avec le même coefficient de proportionnalité réel même pour $t = t_r$), respectivement à

$$\begin{aligned} \alpha_1 &\sim \frac{\omega_\mu - \omega_K}{2q} \frac{(M_A + E_A - M_N - E_N)}{(M_A + E_A + M_N + E_N)} \\ \gamma_1 &\sim - \frac{2p}{3(M_A + E_A + M_N + E_N)} \\ \alpha_2 &\sim - \frac{(M_N + E_N)(M_A + E_A) + p^2}{p(M_N + E_N + M_A + E_A)} \\ \beta_1 &\sim - \frac{1}{q} \end{aligned} \quad (23)$$

a) Nous commençons par négliger toutes les ondes autres f_0^+ et f_2^- :

$$\left| \begin{aligned} f_1 &= (f_0^+ - f_2^-) P_1'(\cos \theta_{III}) = f_0^+ - f_2^- \\ f_2 &= f_2^- P_2'(\cos \theta_{III}) \end{aligned} \right| \quad (24)$$

D'où :

$$\left| \begin{aligned} A &= [\alpha_1(t) + \gamma_1(t) P_2'(\cos \theta_{III}) (f_0^+ - f_2^-) + \alpha_2(t) f_2^- P_2'(\cos \theta_{III})] \\ B &= \beta_1(t) (f_0^+ - f_2^-) \end{aligned} \right| \quad (25)$$

b) En prenant pour $f_0^+(t)$ et $f_2^-(t)$ une formule de Breit-Wigner et considérant par la suite la résonance infiniment étroite, on en déduit pour A et B les expressions suivantes :

$$\left| \begin{aligned} A &= \alpha_1(t_r) \frac{g}{t - t_r} + \frac{g'}{t - t_r} P_2'(\cos \theta_{III}) \\ B &= \beta_1(t_r) \frac{g}{t - t_r} \end{aligned} \right| \quad (26)$$

Nous négligerons dans la suite le terme en g' car si on calcule le terme 4 par une méthode de Feynman en considérant un champ vectoriel pour le K' , le terme en g' provient d'un couplage dérivatif, donc faible.

En introduisant une constante de couplage g_4 proportionnelle à g , nous obtenons en définitive :

$$\left| \begin{aligned} A &= \frac{\alpha_1(t_r)}{\beta_1(t_r)} \frac{g_4}{t - t_r} \\ B &= \frac{g_4}{t - t_r} \end{aligned} \right| \quad (27)$$

avec g_4 réel, car g , $\alpha_1(t_r)$ et $\beta_1(t_r)$ le sont.

c) *Calcul numérique.*

La résonance K' est à 885 MeV, donc $W_r = \sqrt{t_r} = 6,34$; nous obtenons :

$$\left| \begin{aligned} A &= 0,184 \frac{g_4}{t - t_r} \\ B &= \frac{g_4}{t - t_r} \end{aligned} \right| \quad (28)$$

III. SITUATION EXPERIMENTALE

La réaction $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda$ a été étudiée expérimentalement dans l'intervalle 930-1 430 MeV/c pour le moment du pion incident dans le système du laboratoire, plus précisément aux énergies suivantes :

Expérience effectuée par le groupe de :	p_π en MeV/c	E_c en MeV	W	Avec distribution angulaire
1. Berkeley (+)	927	798	11,68	non
2. Berkeley (—)	940	810	11,73	oui
3. Berkeley (—)	1 030	902	12,09	oui
4. Bologne (+)	1 040	910	12,13	oui
5. Columbia (+)	1 090	960	12,33	oui
6. Brookhaven (+)	1 090	960	12,33	non
7. Berkeley (+)	1 120	990	12,44	oui
8. Michigan (+)	1 230	1 098	12,86	non
9. Berkeley (+)	1 230	1 098	12,86	non
10. Pisa (+)	1 330	1 200	13,23	non
11. Columbia (+)	1 430	1 300	13,58	oui

(+) p. 147, 1958. Annual International Conference on High Energy Physics at C.E.R.N.

(—) p. 443, Rapport de la 9^e Conférence Internationale, Kiev, 1959.

p_π et E_c désignent le moment et l'énergie cinétique du pion incident dans le système du laboratoire.

W représente l'énergie dans le système du centre de masse exprimée en énergie du pion. Nous avons entre p_π , E_c et W les relations :

$$p_\pi = \sqrt{E_c(E_c + 2)}$$

$$s = W^2 = (M_N + 1)^2 + 2 M_N E_c$$

(E_c exprimé en μc^2).

Remarques.

Il apparaît que malgré le grand nombre d'expériences, les résultats sont peu précis et parfois contradictoires (par exemple, l'expérience de Berkeley à 1 030 MeV/c et celle de Bologne à 1 040 MeV/c). Nous pouvons cependant en tirer certaines conclusions :

- 1) La distribution angulaire présente un pic à l'arrière.
- 2) La section efficace totale présente un pic aux environs de 890 MeV position de la résonance $\pi - N$ notée $N_{\pi\pi}$.
- 3) Le pic à l'arrière de la distribution angulaire a les mêmes variations que la section efficace totale.
- 4) Nous serons amenés à utiliser par la suite certaines inégalités obtenues à partir des résultats expérimentaux telles que :

$$\begin{aligned} \text{à } W = 12,44 \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right) &> \frac{d\sigma}{d\Omega} (+1) \\ \frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{13,58} &\gtrsim \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{W=12,44} \gtrsim \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{W=13,58} \\ \frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{W=12,09} &\gtrsim 3 \frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{W=13,58} \\ \frac{d\sigma}{d\Omega} (0)_{W=13,58} &\lesssim 16 \mu b \end{aligned}$$

Polarisation.

1. Définitions.

Dans la réaction de production du Λ , considérons le vecteur unitaire n défini par :

$$\hat{n} = \frac{\vec{p}_\pi \times \vec{p}_\Lambda}{|\vec{p}_\pi \times \vec{p}_\Lambda|}$$

où p_π et p_Λ désignent respectivement les impulsions du pion incident et de l'hypéron Λ produit.

La polarisation $P(\theta)$ des Λ produits dans la direction θ est :

$$P(\theta) = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}$$

où $N_\pm$ désignent les nombres d'hypérons Λ produits dans la direction θ et dont la projection du spin sur $\hat{n}$ est respectivement égale à $\pm \frac{1}{2} \hbar$.

Considérons maintenant la désintégration du Λ en un π^- et un proton.

La distribution angulaire du pion produit dans le système où le Λ est au repos est proportionnelle à :

$$1 + \alpha P(\theta) \cos \Phi$$

où Φ désigne l'angle que fait l'impulsion du pion avec $\hat{n}$, α est une constante appelée constante d'asymétrie de la désintégration du Λ .

2. Calcul de $P(\theta)$.

Soit $\mathcal{M}$ la matrice de transition dans la production du Λ . Avec les notations déjà utilisées :

$$\mathcal{M} = f_1 + (\vec{\sigma} \hat{e}) (\vec{\sigma} \hat{a}) f_2$$

Or

$$\hat{a} \cdot \hat{e} = \cos \theta$$

$$\hat{e} \times \hat{a} = -\hat{n} \sin \theta$$

D'où

$$\mathcal{M} = f_1 + f_2 \cos \theta - i \vec{\sigma} \cdot \hat{n} f_2 \sin \theta.$$

Par suite

$$N_{\pm} = |f_1 + f_2 \cos \theta \pm i f_2 \sin \theta|^2$$

ce qui conduit à

$$P(\theta) = - \frac{2 \sin \theta \operatorname{Im} (f_1 f_2^*)}{\frac{d\sigma}{d\Omega}}$$

3. Résultats expérimentaux.

Expérimentalement on détermine $\alpha P(\theta)$ ou plus exactement $\alpha \bar{P}(\theta)$ correspondant à une moyenne effectuée sur un domaine déterminé de l'angle θ .

D'autre part, tout récemment il a été établi expérimentalement [28] que

$$\alpha = -0,75 \begin{matrix} + 0,50 \\ - 0,15 \end{matrix}$$

Il y a lieu par conséquent de comparer les valeurs expérimentales de $\alpha P(\theta)$ avec l'expression calculée théoriquement de $-P(\theta)$. Etant donné les grandes imprécisions sur les résultats expérimentaux de polarisation pour que la confrontation théorique garde un sens, il est nécessaire d'avoir une distribution angulaire assez détaillée de $\alpha P(\theta)$ et ceci à une énergie bien définie de production du Λ . A l'heure actuelle, il n'existe qu'un seul résultat expérimental répondant à ces conditions, elle se trouve à l'énergie $W = 12,44$.

Cos θ	— 1	— 0,66	— 0,33	0	0,33	0,66	1
$\alpha \bar{P}(\theta)$	0,78	0,45	0,55	0,40	— 0,15	— 0,65	
	$\pm 0,18$	$\pm 0,20$	$\pm 0,20$	$\pm 0,35$	$\pm 0,40$	$\pm 0,45$	

IV. CONFRONTATION DU MODELE AVEC L'EXPERIENCE

1. Position du problème.

Nous avons à déterminer les paramètres de couplage $g_1, g_2, g_3, g_4, \lambda_*$ et λ_{**} de manière à retrouver d'une part les distributions angulaires et d'autre part la courbe de section efficace totale en fonction de l'énergie.

De manière plus précise, nous allons considérer les courbes de distributions angulaires aux énergies $W = 12,09, 12,44, 13,58$ ainsi que les sections efficaces totales correspondantes.

Nous allons voir qu'après avoir fixé la valeur de la largeur de résonance associée au paramètre λ_{**} , nous pouvons alors obtenir les paramètres λ_* et λ_{**} .

Nous remarquerons ensuite que l'on peut négliger g_3 vis-à-vis de g_2 ou mieux en remarquant que leurs coefficients sont grossièrement proportionnels, faire rentrer g_3 dans g_2 , puis dans une première approximation supposer nulle la section efficace différentielle au centre à $W = 13,58$ dont la valeur expérimentale est petite, ceci nous donnera deux des paramètres restants, en fonction du troisième. Enfin nous varierons les paramètres à partir de ces valeurs de façon à retrouver les résultats expérimentaux.

Nous obtiendrons en définitive un système de valeurs unique pour les paramètres de couplage.

Ceci constituera une première étude en postulant le K' en onde P et une parité relative impaire (ΣA), elle donne des valeurs non nulles pour g_2 et g_4 . Nous envisagerons par la suite deux autres études, l'une effectuée avec l'hypothèse du K' en onde S et d'une parité relative impaire (ΣA), l'autre avec l'hypothèse du K' en onde P et d'une parité (ΣA) égale à $+1$. Ces deux études conduiront à des résultats négatifs.

Une dernière étude sera faite avec les hypothèses du K' en onde S et d'une parité relative (ΣA) égale à $+1$. Nous aurons alors un bon accord avec l'expérience.

Nous verrons que ce sont primordialement les résonances N_* et N_{**} qui sont responsables du pic à l'arrière dans la production du A et que c'est uniquement N_{**} qui donne la courbe résonnante de la section efficace totale.

2. Résolution du problème.

A. — Nous donnons maintenant les expressions de f_1 et f_2 aux trois énergies considérées avec, rappelons-le, les hypothèses du K' en onde P et d'une parité relative $\Sigma - A$ impaire; les coefficients de λ_{**} sont donnés avec une demi-largeur de résonance γ égale à 2, valeur qui sera justifiée ultérieurement.

$$\begin{cases} f_1 = a_1 + i b_1 \\ f_2 = a_2 + i b_2 \end{cases} \quad (1)$$

f_1 et f_2 sont multipliés par un coefficient convenable de façon que l'on obtienne directement la section efficace différentielle en μb par la formule

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_1|^2 + |f_2|^2 + 2 \operatorname{Re}(f_1 f_2) \cdot \cos \theta \quad (2)$$

$$= |a_1 + a_2 e^{i\theta}|^2 + |b_1 + b_2 e^{i\theta}|^2 \quad (3)$$

à $W = 12,09$

$$\begin{aligned} a_1 = 20,46 \alpha - \frac{5,25}{5,62 - \cos \theta} g_2 - \frac{5,89}{7,45 - \cos \theta} g_3 - \frac{2,32}{4,37 + \cos \theta} g_4 \\ - 2,01 \lambda_* - [66,07 P'_2(\cos \theta) + 3,62 P'_3(\cos \theta)] \times 0,20 \lambda_{**} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} b_1 = -12,55 \cos \theta \lambda_{**} - [66,07 P'_2(\cos \theta) + 3,62 P'_3(\cos \theta)] \times 0,40 \lambda_{**} \\ a_2 = -2,10 \alpha - \frac{0,46}{5,62 - \cos \theta} g_2 - \frac{0,50}{7,45 - \cos \theta} g_3 + \frac{0,36}{4,37 + \cos \theta} g_4 \\ + 68,94 P'_3(\cos \theta) \times 0,20 \lambda_{**} \end{aligned}$$

à $W = 12,44$

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 21,96 \alpha - \frac{4,03}{4,36 - \cos \theta} g_2 - \frac{4,54}{5,68 - \cos \theta} g_3 - \frac{1,97}{3,39 + \cos \theta} g_4 \\
 &\quad - 1,72 \lambda_* - [7,67 P'_2(\cos \theta) + 4,42 P'_3(\cos \theta)] \lambda_{**} \\
 b_1 &= -13,52 \cos \theta \lambda_* + [7,67 P'_2(\cos \theta) + 4,42 P'_3(\cos \theta)] \times 0,20 \lambda_{**} \quad (5) \\
 a_2 &= -2,88 \alpha - \frac{0,52}{4,35 - \cos \theta} g_2 - \frac{0,54}{5,68 - \cos \theta} g_3 + \frac{0,29}{3,39 + \cos \theta} g_4 \\
 &\quad + 10,82 P'_3(\cos \theta) \lambda_{**} \\
 b_2 &= 7,65 \cos \theta \lambda_* + 10,82 P'_3(\cos \theta) \times 0,20 \lambda_{**}
 \end{aligned}$$

$W = 13,58$

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 22,44 \alpha - \frac{2,14}{2,85 - \cos \theta} g_2 - \frac{2,44}{3,58 - \cos \theta} g_3 - \frac{1,37}{2,26 + \cos \theta} g_4 \\
 &\quad - 1,09 \lambda_* - [2,12 P'_2(\cos \theta) + 4,55 P'_3(\cos \theta)] \lambda_{**} \\
 b_1 &= -13,95 \lambda_* \cos \theta \\
 a_2 &= -4,50 \alpha - \frac{0,56}{2,85 - \cos \theta} g_2 - \frac{0,57}{3,58 - \cos \theta} g_3 + \frac{0,31}{2,26 + \cos \theta} g_4 \quad (6) \\
 &\quad + 5,17 P'_3(\cos \theta) \lambda_{**} \\
 b_2 &= 8,42 \lambda_* \cos \theta
 \end{aligned}$$

Dans ces formules, α est défini par

$$g_1 = 60 \alpha \quad (7)$$

g_1 est le produit de $g_{NN\pi}$ et de g_{NKA} .

Avec

$$\frac{g_{NN\pi}^2}{4\pi} = 14,5 \quad \text{et} \quad \frac{g_{NKA}^2}{4\pi} = 1,5$$

valeur présumée par Gellman, on trouve que $|g_1| = 60$, α est donc un paramètre de l'ordre de l'unité.

On peut penser que $|g_{NKA}| < |g_{\pi,NN}|$ ce qui nous donne $|\alpha| \lesssim 3$. $P_2(\cos \theta)$ et $P_3(\cos \theta)$ désignent les dérivées premières des polynômes de Legendre d'ordre 2 et 3.

Nous pouvons négliger g_3 correspondant à Y^* parce que le pôle correspondant est loin du domaine physique. Nous pouvons être moins restrictif en remarquant que, tout au moins dans l'hypothèse présente parité impaire (Σ, A), les coefficients de g_2 et g_3 interviennent à toutes les énergies d'une manière grossièrement proportionnelle et que, par suite, on est en droit de supprimer le terme en g_3 en interprétant le terme en g_2 comme dû aux contributions simultanées du Σ et du Y^* .

Nous remarquons d'abord que les coefficients de λ_{**} sont négligeables dans b_1 et b_2 à $W = 13,58$ (ce résultat reste valable même pour $\gamma \lesssim 5$), c'est pourquoi nous ne les avons pas donnés dans les expressions numériques des b .

Or

$$b_1(-1) - b_2(-1) = 22,37 \lambda_* \text{ à } W = 13,58$$

et comme

$$|b_1(-1) - b_2(-1)| < \frac{d\sigma}{d\Omega} (\cos \theta = -1) \lesssim 100$$

nous en déduisons que

$$|\lambda_*| \lesssim 0,5. \quad (8)$$

Par suite, comme λ_* intervient dans les a_1 avec un coefficient inférieur ou égal à 2, nous pouvons les négliger dans les expressions de a_1 .

Maintenant à $W = 13,58$ nous avons au centre

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(0) = a_1^2(0) + a_2^2(0).$$

La valeur expérimentale de $\frac{d\sigma}{d\Omega}(0)$ est faible, inférieure ou égale à 16. Dans une première approximation, considérons-la comme nulle. Donc

$$\begin{cases} a_1(0) = 0 \\ a_2(0) = 0 \end{cases}$$

Ceci nous donne

$$\begin{cases} g_2 = 1,564 \alpha - 16,98 \lambda_{**} \\ g_4 = 35,08 \alpha + 32,31 \lambda_{**} \end{cases} \quad (9)$$

Notons que pour $\gamma \lesssim 5$ les coefficients de λ_{**} dans a_1 et a_2 à $W = 13,58$ sont sensiblement indépendants de γ . Il en est donc de même des expressions premières de g_2 et g_4 en fonction de α .

Il n'y a à priori aucune raison pour que la demi-largeur de résonance γ soit la même que celle correspondant à la diffusion $\pi - N$. Dans l'appendice nous montrons que la valeur $\gamma = 5$ est trop forte et que $\gamma = 2$ semble une bonne valeur de départ susceptible d'être légèrement variée. Nous remarquons également que ces résultats sont indépendants des hypothèses formulées sur le K' et la parité relative $\Lambda\Sigma$.

Donc, avec $\gamma = 2$ et compte tenu des expressions, nous vérifierons facilement que

$$[a_1(-1) - a_2(-1)]_{W=12,44} \simeq 1,4 [a_1(-1) - a_2(-1)]_{W=12,09} \quad (10)$$

Il apparaît ainsi, en observant les courbes expérimentales à ces deux énergies, que le pic à l'arrière de la section efficace différentielle et la variation de la section efficace totale peuvent s'expliquer, non par a_1 et a_2 , mais par b_1 et b_2 , dans lesquels ne figurent que les paramètres λ_* et λ_{**} .

Quand on calcule la section efficace au centre à $W' = 12,09$ en tenant compte des expressions (9) et si l'on remarque que α dont la valeur absolue est majorée par 3 apparaît avec de faibles coefficients, on trouve :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \simeq 1991 \lambda_{**}^2.$$

La confrontation expérimentale montre alors que

$$0,15 < |\lambda_{**}| < 0,22.$$

Par ailleurs, nous avons :

$$\begin{array}{ll} \text{à } W = 12,09 & b_1(-1) - b_2(-1) = 19,20 \lambda_* + 95 \lambda_{**} \\ W = 12,44 & = 21,17 \lambda_* + 13,68 \lambda_{**} \\ W = 13,58 & = 22,37 \lambda_* \end{array}$$

Nous sommes ainsi amenés à prendre

$$|\lambda_*| = 0,40$$

pour qu'à 13,58 $[b_1(-1) - b_2(-1)]^2 \simeq 80$.

Pour tenir compte alors de l'accroissement de la section efficace à l'arrière quand on passe de $W = 13,58$ à $W = 12,44$, accroissement qui, nous l'avons vu, provient des b ; il faut prendre λ_* et λ_{**} de même signe, par exemple négatifs.

Nous avons alors à $W = 12,09$:

$$b_1(-1) - b_2(-1) = -7,68 + 95 \lambda_{**}.$$

Nous devons alors prendre pour λ_{**} celui qui a la plus petite valeur possible $-0,15$ car elle donne à l'arrière à $12,09$ une valeur suffisamment grande puisque

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} > (21,93)^2 \simeq 480.$$

Elle n'est pas trop grande cependant car $|b_1 - b_2 e^{i\theta}|^2$ décroît très rapidement quand $|\cos \lambda|$ décroît à partir de la valeur 1.

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_* = -0,40 \\ \lambda_{**} = -0,15 \end{array} \right\} \quad (11)$$

Nous avons donc déterminé les coefficients λ_* et λ_{**} et ceci donne

$$\begin{array}{ll} \text{à } W = 12,09 & |b_1(-1) - b_2(-1)|^2 = 480 \\ & 12,44 \quad \quad \quad = 110 \\ & 13,58 \quad \quad \quad = 80 \end{array}$$

Il ne reste plus qu'un coefficient indéterminé α : on reproduit très vaguement les distributions angulaires à $W = 12,44$ et $13,58$, en particulier, on constate qu'elles ont un creux pour $\cos \theta$ petit négatif entre $(-0,4$ et $0)$ et une bosse vers $\cos \theta = 0,8$. Nous allons maintenant tenir compte du fait que la section efficace au centre à $W = 13,58$ est petite mais non nulle. Remarquons que a_1 et a_2 pour une valeur donnée de $\cos \theta$, varie peu d'une énergie à l'autre, et ceci est encore plus frappant au centre : par ailleurs, la contribution des b au centre est nulle à $W = 13,58$ et négligeable à $W = 12,44$. Il faut donc s'attendre à avoir des sections efficaces au centre voisines à ces deux énergies. C'est pourquoi nous sommes amenés à prendre la valeur maximum 16 au centre à $13,58$.

Nous posons

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = \alpha' + i\alpha \\ g_2 = g_2' \\ g_1 = g_1' + i g_1 \end{array} \right\} \quad (12)$$

α' , g_2' et g_4' étant liés par les relations (9) mis respectivement à la place de α , g_2 , g_4 et compte tenu du fait que $\lambda_{x,x} = -0,15$

$$|g_2' = 1,564 \alpha' + 2,547 \quad (13)$$

$$|g_4' = 35,08 \alpha' + 4,847$$

Nous n'avons en aucune façon restreint le problème puisque nous avons en fait remplacé les trois paramètres indépendants α , g_2 , g_4 par trois inconnues indépendantes α' , Δg_2 et Δg_4 .

Exprimons que $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ au centre à $W = 13,58$; compte tenu des relations (13), nous obtenons

$$(22,44 \Delta\alpha - 0,606 \Delta g_4 + 0,44)^2 + (4,50 \Delta\alpha - 0,137 \Delta g_4)^2 \simeq 16. \quad (14)$$

La courbe représentative de cette relation dans le plan $\Delta\alpha$, Δg_4 est une ellipse très aplatie que nous pouvons remplacer par les deux tangentes parallèles au grand axe. C'est-à-dire que pour des valeurs raisonnables de $\Delta\alpha$ et Δg_4 , d'une manière plus précise pour

$$|4,50 \Delta\alpha - 0,137 \Delta g_4| \lesssim 2, \quad (15)$$

(14) peut être remplacé :

$$\left| \begin{array}{l} (a) \quad 22,44 \Delta\alpha - 0,606 \Delta g_4 = -4,44 \\ \text{ou} \\ (b) \quad 22,44 \Delta\alpha - 0,606 \Delta g_4 = 3,56 \end{array} \right. \quad (16)$$

D'autre part, étant données les valeurs de $|b_1 + b_2 e^{i\theta}|^2$ à l'arrière à $W = 12,44$ et $W = 13,58$, nous devons rechercher des solutions satisfaisant à

$$|a_1 + a_2 e^{i\theta}|_{12,44}^2 = |a_1 + a_2 e^{i\theta}|_{13,58}^2 \text{ pour } \cos \theta = -1 \quad (17)$$

c'est-à-dire

$$[a(-1) - a_2(-1)]_{12,44} = \varepsilon [a_1(-1) - a_2(-1)]_{13,58} \quad (18)$$

Nous obtenons ainsi quatre systèmes possibles de deux équations donnant $\Delta\alpha$ et Δg_4 en fonction de α' à savoir les systèmes :

$$\text{I} \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = -1 \\ 22(a) \end{array} \right., \quad \text{II} \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = -1 \\ 22(b) \end{array} \right., \quad \text{III} \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = +1 \\ 22(a) \end{array} \right., \quad \text{IV} \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = +1 \\ 22(b) \end{array} \right.$$

Nous allons voir que seul le système (I) donne une solution acceptable et déterminer par la suite, le dernier paramètre restant α' .

Système I.

La solution de ce système est :

$$\begin{cases} \Delta\alpha = 0,333 - 0,915 \alpha' \\ \Delta g_4 = 19,66 - 33,88 \alpha' \end{cases}$$

ce qui conduit à :

$$\begin{cases} \alpha = 0,333 + 0,085 \alpha' \\ g_2 = 2,547 + 1,564 \alpha' \\ g_4 = 14,81 + 1,20 \alpha' \end{cases}$$

La condition (15) s'exprime par :

$$(-1,19 + 0,52 \alpha')^2 \lesssim 2$$

c'est-à-dire

$$-1,56 \lesssim \alpha' \lesssim 6,13.$$

Nous avons alors calculé la section efficace différentielle pour $\cos \theta = -1; -0,5; 0; 0,5$ et 1 aux énergies $W = 12,09$, $W = 12,44$, $W = 13,58$ ainsi que pour $W = 12,33$ et ceci pour différentes valeurs de α' premiers ; nous n'avons pas considéré les valeurs de α' supérieures à 2 car elles donnent une section efficace trop forte à l'avant à $W = 12,44$.

$W = 12,09$

$\alpha' \backslash \cos \theta$	- 1	0	1	2
- 1	484	483	483	482
- $\frac{1}{2}$	46,20	48,9	51,87	54,6
0	57,6	58	58,8	59,9
$\frac{1}{2}$	12,7	12,3	12,2	12,6
1	240	252	266	282

$W = 12,44$

$\begin{array}{c} \alpha' \\ \cos \theta \end{array}$	— 1	0	1	2
— 1	124	124	123	123
— $\frac{1}{2}$	41,6	42,9	44,3	45,9
0	21,5	21,9	22,7	23,8
$\frac{1}{2}$	4,23	4,92	6,41	8,71
1	19,6	27,0	26,2	47,2

$W = 13,58$

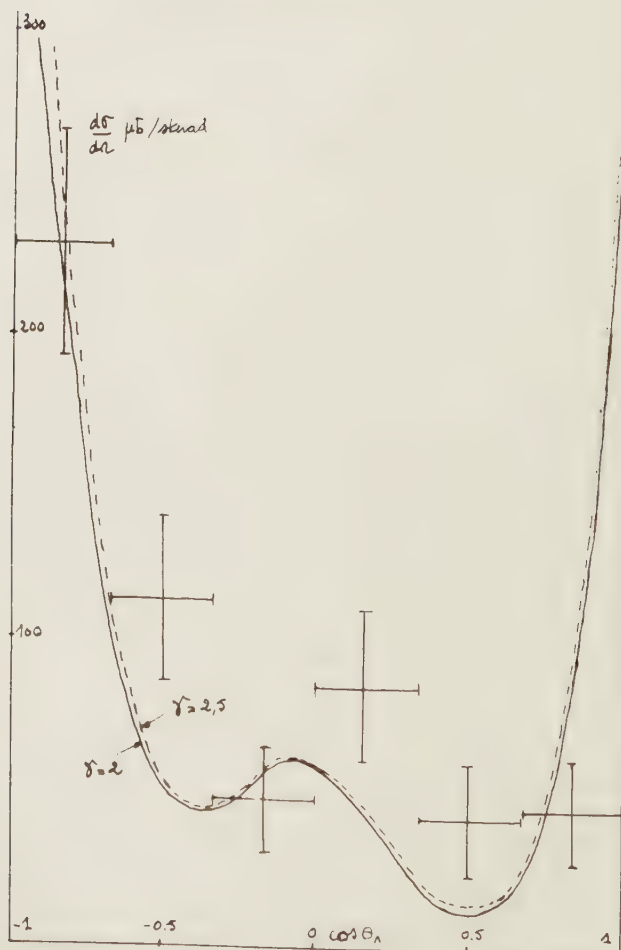
$\begin{array}{c} \alpha' \\ \cos \theta \end{array}$	— 1	0	1	2
— 1	93	93	92,5	92
— $\frac{1}{2}$	49	47	46	46
0	16,1	16,4	17,2	18,6
$\frac{1}{2}$	6,18	8,32	11,36	15,25
1	5	7,47	12,3	19,6

$W = 12,33$

$\begin{array}{c} \alpha' \\ \cos \theta \end{array}$	— 1	0	1	2
— 1	151	150	149	149
— $\frac{1}{2}$	41,8	43	44,3	45,8
0	21,6	22,1	22,90	24,08
$\frac{1}{2}$	2,31	2,53	3,55	5,37
1	31,20	40,4	51,2	63,8

Une confrontation avec l'expression nous montre que nous sommes en présence d'une solution acceptable pour α' compris entre 0 et 1, c'est-à-dire

$$\begin{aligned} 0,33 &\lesssim \alpha \lesssim 0,42 \\ \text{soit } 19,80 &\lesssim g_1 \lesssim 25,20 \\ 2,54 &\lesssim g_2 \lesssim 4,11 \\ 14,8 &\lesssim g_4 \lesssim 16 \end{aligned} \quad (19)$$



(3) BERKELEY

K' en onde P

Parité $\Lambda\Sigma = -1$

Nous avons construit les courbes de sections efficaces à $W = 12,09, 12,44, 13,58, 12,33$ ainsi que pour $W = 11,73$, valeur située au-dessous de l'énergie de la résonance N_{**} . Nous avons pris les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} g_1 &= 23,4 \\ g_2 &= 3,6 \\ g_4 &= 15,60 \\ \lambda_{**} &= -0,40 \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} \lambda_{**} &= -0,15 \text{ pour } \gamma = 2 \\ \lambda_{**} &= -0,18 \text{ pour } \gamma = 2,5 \text{ (voir Appendice).} \end{aligned}$$

Nous donnons également la courbe de section efficace totale pour $\gamma = 2,5$, $\lambda_{**} = -0,18$; celle correspondant à $\gamma = 2$, $\lambda_{**} = -0,15$ n'a pas été tracée, étant trop voisine de la précédente.

Nous donnons enfin la courbe de polarisation $-P(\cos \theta)$ pour $\gamma = 2$, $\lambda_{**} = 0,15$ et $\gamma = 2,5$, $\lambda_{**} = -0,18$.

Système II.

La solution de ce système est

$$\begin{cases} \Delta x = 1,253 - 0,915 \alpha' \\ \Delta g_4 = 40,53 - 33,88 \alpha' \end{cases}$$

Ce qui conduit à

$$\begin{cases} \alpha = 1,253 + 0,085 \alpha' \\ g_2 = 2,547 + 1,564 \alpha' \\ g_4 = 35,68 + 1,20 \alpha' \end{cases}$$

La condition

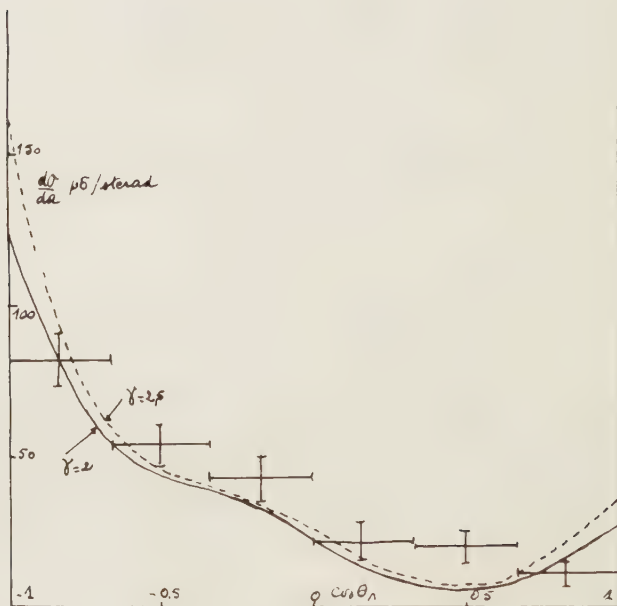
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{12,44} > \frac{d\sigma}{d\Omega} (+1)_{12,44}$$

entraîne que $14 \lesssim \alpha' \lesssim 26$. Or pour α' appartenant à ce domaine, on a :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{W=12,44} \lesssim \frac{d\sigma}{d\Omega} (0)_{W=13,58}$$

ce qui est contraire aux résultats expérimentaux.

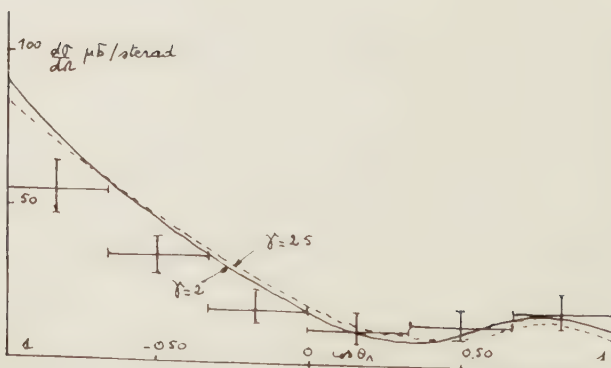
On peut aussi remarquer que la condition (15) n'est plus satisfaite pour ces valeurs de α' .



(7) BERKELEY

K' en onde P

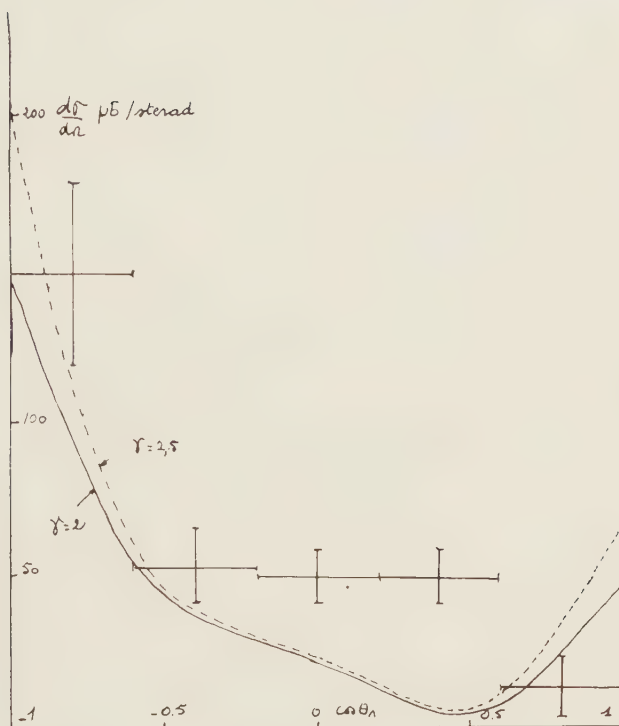
Parité $\Lambda\Sigma = -1$



(11) COLUMBIA

K' en onde P

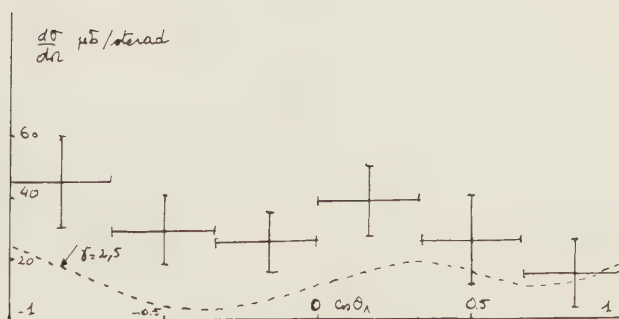
Parité $\Lambda\Sigma = -1$



(5) COLUMBIA

K' en onde P

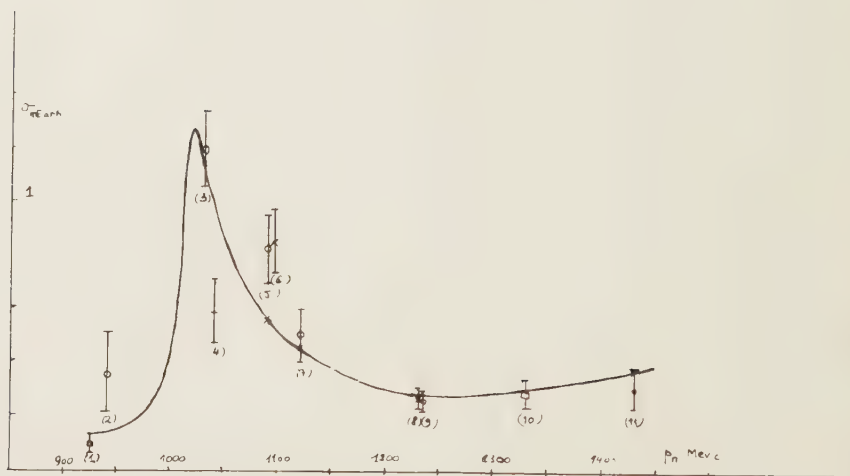
Parité $\Lambda\Sigma = -1$



(2) BERKELEY

K' en onde P

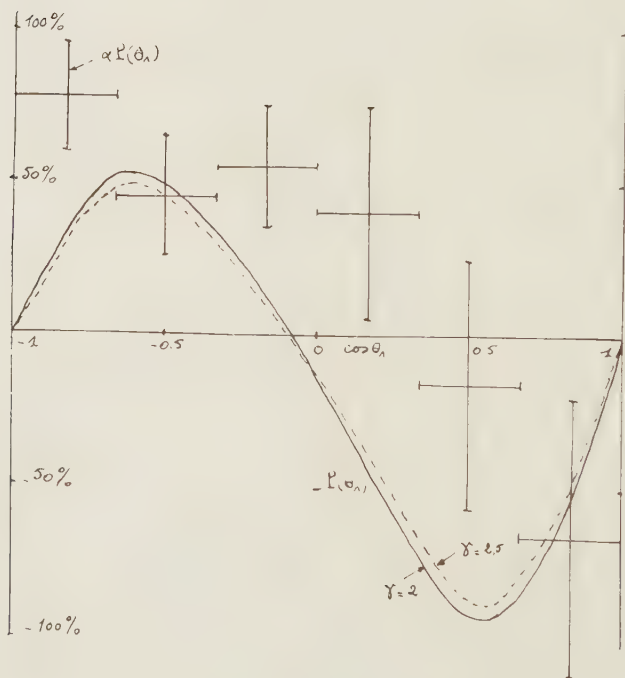
Parité $\Lambda\Sigma = -1$



COURBE DE SECTION EFFICACE TOTALE

K' en onde P

Parité $\Lambda\Sigma = -1$



COURBE DE POLARISATION

(7) BERKELEY

K' en onde P

Parité $\Lambda\Sigma = -1$

Système III.

La solution de ce système est

$$\begin{cases} \Delta\alpha = -0,250 - 0,907 \alpha' \\ \Delta g_3 = -1,918 - 33,57 \alpha' \end{cases}$$

ce qui conduit à :

$$\begin{cases} \alpha = -2,250 + 0,093 \alpha' \\ g_2 = 2,547 + 1,564 \alpha' \\ g_4 = -6,765 + 1,51 \alpha' \end{cases}$$

L'inégalité à $W = 12,44$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right) \gtrsim \frac{d\sigma}{d\Omega} (1)$$

entraîne la condition

$$-12,20 \lesssim \alpha' \lesssim -3,64.$$

Or, pour ces valeurs de α' nous avons

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{W=12,44} \lesssim \frac{d\sigma}{d\Omega} (0)_{W=13,58}$$

ce qui est inacceptable, donc ce système n'a pas de solution.

Système IV.

$$\begin{cases} \Delta\alpha = 0,168 - 0,907 \alpha' \\ \Delta g_4 = 0,342 - 33,57 \alpha' \end{cases}$$

ce qui entraîne

$$\begin{cases} \alpha = +0,168 + 0,093 \alpha' \\ g_2 = 2,547 + 1,564 \alpha' \\ g_4 = -4,505 + 1,51 \alpha' \end{cases}$$

L'inégalité à $W = 12,44$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right) \gtrsim \frac{d\sigma}{d\Omega} (+1)$$

entraîne la condition

$$-8,03 \lesssim \alpha' \lesssim 2,59.$$

Or ces valeurs de α' entraînent que

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{12,09} < 2 \frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{13,58}$$

ce qui est inacceptable. Donc pas de solution.

B. — *Hypothèse du K' en onde S. Parité $\Sigma A = -1$.*

Tout en conservant une parité relative A , Σ égale à -1 , nous allons considérer le K' en onde S et $I = 1/2$.

Seuls changent les termes en g_1 dans les expressions de f_1 et f_2 . Nous avons pour les contributions du terme en g_4 aux amplitudes A et B ,

$$(A, B) = \frac{g_4}{t - K'^2} (-1, 0).$$

Ceci conduit aux contributions suivantes pour les amplitudes f_1 et f_2 .

à $W = 12,09$

$$\left| \begin{array}{l} f_1 = \frac{0,471}{4,37 + \cos \theta} g_4 \\ f_2 = \frac{0,0136}{4,37 + \cos \theta} g_4 \end{array} \right. \quad (20)$$

à $W = 12,44$

$$\left| \begin{array}{l} f_1 = \frac{0,374}{3,39 + \cos \theta} g_4 \\ f_2 = \frac{0,0146}{3,39 + \cos \theta} g_4 \end{array} \right. \quad (21)$$

à $W = 13,58$

$$\left| \begin{array}{l} f_1 = \frac{0,221}{2,26 + \cos \theta} g_1 \\ f_2 = \frac{0,0150}{2,26 + \cos \theta} g_4 \end{array} \right. \quad (22)$$

Nous procédons comme dans le cas du K' en onde P . En partant d'une valeur nulle au centre à $W = 13,58$, nous obtenons :

$$\left| \begin{array}{l} g_2 = -41,34 \alpha - 56,48 \lambda_{**} \\ g_4 = -543,56 \alpha - 500,48 \lambda_{**} \end{array} \right. \quad (23)$$

si l'on prend une largeur de résonance associée au terme N_{**} inférieure ou de l'ordre de 5 (nous avons toujours $\gamma = 2$).

On obtient alors :

$$[a_1(-1) - a_2(-1)]_{W=12,44} \simeq 1,4 [a_1(-1) - a_2(-1)]_{W=12,09}$$

Le pic arrière ainsi que sa variation avec l'énergie ne peut s'expliquer que par b_1 et b_2 , ce qui conduit encore à prendre

$$\left| \begin{array}{l} \lambda_{**} \simeq -0,40 \\ \lambda_{**} \simeq -0,15 \end{array} \right. \quad (24)$$

Nous remarquerons que quelle que soit la valeur prise par α

$$\frac{d\sigma(-1)}{d\Omega_{13,58}} < \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{12,44}$$

ce qui est inacceptable.

Il nous faut alors varier les paramètres et tenir compte de ce que

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(0) \simeq 16 \text{ à } W = 13,58.$$

Nous posons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \alpha' + \Delta\alpha \\ g_2 = g'_2 \\ g_4 = g'_4 + \Delta g_4 \end{array} \right.$$

α' , g'_2 et g'_4 étant liés par les relations (23) dans lesquelles $\lambda_{**} = -0,15$.
Puis nous écrivons que :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(0) \simeq 16 \text{ à } W = 13,58$$

soit

$$(22,44 \Delta\alpha + 0,110 \Delta g_4 + 0,44)^2 + (4,50 \Delta\alpha - 0,0043 \Delta g_4)^2 = 16$$

qui se réduit sensiblement pour des valeurs raisonnables de $\Delta\alpha$ et Δg_4 à :

$$22,44 \Delta\alpha + 0,110 \Delta g_4 + 0,44 \simeq \varepsilon' 4.$$

Par ailleurs, compte tenu des sections efficaces à l'arrière à $W = 13,58$ et $W = 12,44$:

$$[a_1(-1) - a_2(-1)]_{12,44} \simeq \varepsilon [a_1(-1) - a_2(-1)]_{13,58}.$$

Nous obtenons, en définitive, quatre systèmes possibles de deux équations donnant $\Delta\alpha$ et Δg_4 et par suite α , g_2 et g_4 en fonction du paramètre α' :

$$\text{I} \begin{cases} \varepsilon = -1 \\ \varepsilon' = +1 \end{cases} \quad \text{II} \begin{cases} \varepsilon' = -1 \\ \varepsilon' = -1 \end{cases} \quad \text{III} \begin{cases} \varepsilon = +1 \\ \varepsilon' = +1 \end{cases} \quad \text{IV} \begin{cases} \varepsilon = +1 \\ \varepsilon' = -1 \end{cases}$$

Nous allons voir qu'aucun de ces quatre systèmes ne donne une solution convenable.

Système I.

$$\begin{cases} \Delta\alpha = 0,437 - 6,152 \alpha' \\ \Delta g_4 = -39,64 + 125,85 \alpha' \end{cases}$$

ce qui entraîne :

$$\begin{cases} \alpha = 0,437 - 5,152 \alpha' \\ g_2 = 8,47 - 41,34 \alpha' \\ g_4 = 35,43 - 417,71 \alpha' \end{cases}$$

Les conditions :

$$(A) \quad \frac{d\sigma}{dQ} (-1)_{W=12,09} \gtrsim 3 \frac{d\sigma}{dQ} (-1)_{W=13,58}$$

$$(B) \quad \frac{d\sigma}{dQ} (-1)_{W=13,58} \gtrsim \frac{d\sigma}{dQ} \left(-\frac{1}{2}\right)_{W=12,44}$$

$$(C) \quad \frac{d\sigma}{dQ} \left(-\frac{1}{2}\right)_{W=12,44} \gtrsim \frac{d\sigma}{dQ} (+1)_{W=12,44}$$

entraînent respectivement :

$$(A) \quad 0,075 \lesssim \alpha' \lesssim 0,20$$

$$(B) \quad \begin{cases} \alpha' \gtrsim 0,62 \\ \text{ou} \\ \alpha' \lesssim 0,12 \end{cases}$$

$$(C) \quad \begin{cases} \alpha' \gtrsim 0,15 \\ \text{ou} \\ \alpha' \lesssim 0,03 \end{cases}$$

Les trois conditions imposées à α' sont incompatibles. Le système n'a donc pas de solutions.

Système II.

$$\begin{cases} \Delta\alpha = 4,67 - 6,15 \alpha' \\ \Delta g_4 = 70,96 + 125,85 \alpha' \end{cases}$$

et par suite :

$$\begin{cases} \alpha = 4,67 - 5,15 \alpha' \\ g_2 = 8,47 - 41,34 \alpha' \\ g_4 = 4,11 - 417,71 \alpha' \end{cases}$$

Les inégalités :

$$(A) \quad \frac{d\sigma}{dQ} (-1)_{12,09} \gtrsim 3 \frac{d\sigma}{dQ} (-1)_{13,58}$$

et

$$(B) \quad \frac{d\sigma}{dQ} (-1)_{13,58} \gtrsim \frac{d\sigma}{dQ} \left(-\frac{1}{2}\right)_{12,44}$$

entraînent respectivement les deux conditions incompatibles

$$(A) \quad 0,61 \lesssim \alpha' \lesssim 0,81$$

$$(B) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha' \lesssim 0,17 \\ \text{ou} \\ \alpha' \gtrsim 1,11 \end{array} \right.$$

Donc pas de solution.

Système III.

$$\begin{cases} \Delta\alpha = -0,370 - 27,34 \alpha' \\ \Delta g_4 = 271,03 + 5\,560,34 \alpha' \end{cases}$$

ce qui conduit à :

$$\begin{cases} \alpha = -0,370 - 26,34 \alpha' \\ g_2 = 8,47 - 41,34 \alpha' \\ g_4 = 346 + 5\,017 \alpha' \end{cases}$$

Les inégalités :

$$(A) \quad \frac{d\sigma}{dQ} (-1)_{12,09} \gtrsim 3 \frac{d\sigma}{dQ} (-1)_{12,44}$$

$$(B) \quad \frac{d\sigma}{dQ} (-1)_{13,58} \gtrsim \frac{d\sigma}{dQ} \left(-\frac{1}{2}\right)_{13,58}$$

entraînent les conditions incompatibles

$$\begin{aligned} (A) \quad & -0,54 \lesssim \alpha' \lesssim -0,27 \\ (B) \quad & \left\{ \begin{array}{l} \alpha' \lesssim -1,69 \\ \text{ou} \\ \alpha' \gtrsim -0,20 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Le système III n'a pas de solution.

Système IV.

$$\begin{cases} \Delta\alpha = 1,342 - 27,34 \alpha' \\ \Delta g_4 = -4,83 + 5\,560 \alpha' \end{cases}$$

puis

$$\begin{cases} \alpha = 1,342 - 26,34 \alpha' \\ g_2 = 8,47 - 41,34 \alpha' \\ g_4 = 70,24 + 50,17 \alpha' \end{cases}$$

Les conditions

$$(A) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{12,09} \gtrsim 3 \frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{13,58}$$

et

$$(B) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{13,58} \gtrsim \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{12,44}$$

conduisent aux résultats incompatibles

$$\begin{aligned} (A) \quad & -0,37 \lesssim \alpha' \lesssim -0,17 \\ (B) \quad & \left\{ \begin{array}{l} \alpha' \gtrsim -0,07 \\ \text{ou} \\ \alpha' \lesssim -0,88 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Le système IV n'a donc pas de solution.

En résumé, l'hypothèse simultanée du K' en onde S et d'une parité relative impaire $\Sigma 1$ apparaît en contradiction avec le modèle.

C. — *Hypothèse d'une parité paire $\Sigma 1$. K' en onde P .*

Nous revenons au K' en onde P mais avec maintenant une parité relative $\Sigma 1$ paire.

Seuls vont changer les termes en g_2 dans les expressions de f_1 et f_2 . En ne considérant dans A et B que la contribution due au diagramme correspondant au Σ intermédiaire, nous avons :

$$(A, B) = \left(-M_{\Sigma} - \frac{M_N + M_A}{2}, -1 \right) \frac{g_2}{u - M_{\Sigma}^2}$$

ou

$$(A, B) = (-1,173, -1) \frac{g_2}{u - M_y^2}$$

ce qui entraîne :

$$W = 12,09$$

$$(f_1, f_2) = (2,78, -0,249) \frac{g_2}{5,62 - \cos \theta} \quad (25)$$

$$W = 12,44$$

$$(f_1, f_2) = (2,34, -0,272) \frac{g_2}{4,35 - \cos \theta} \quad (26)$$

$$W = 13,58$$

$$(f_1, f_2) = (1,635, -0,296) \frac{g_2}{2,85 - \cos \theta} \quad (27)$$

Nous employons toujours la même méthode. En partant avec une valeur nulle au centre à $W = 13,58$ pour $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ nous obtenons (toujours avec $\gamma = 2$) :

$$\begin{cases} g_2 = -22,14 \alpha + 240,88 \lambda_{**} \\ g_4 = 16 \alpha + 239,56 \lambda_{**} \end{cases} \quad (28)$$

Ceci conduit à :

$$[a_1(-1) - a_2(-1)]_{W=12,44} \simeq 1,4 [a_1(-1) - a_2(-1)]_{W=12,09}$$

Le pic à l'arrière, de même que la variation de ce pic en fonction de l'énergie, ne peuvent s'expliquer que par b_1 et b_2 ; les valeurs des sections efficaces à l'arrière aux trois énergies $W = 12,09, 12,44$ et $13,58$ ainsi que la section efficace au centre à $W = 12,09$ nous conduisent encore à :

$$\begin{cases} \lambda_{\pi} \simeq -0,40 \\ \lambda_{**} \simeq -0,15 \end{cases} \quad (29)$$

La condition évidente expérimentalement à $W = 12,44$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (+1) \lesssim \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2}\right)$$

entraîne que

$$-18,07 \lesssim \alpha \lesssim -5,34$$

qui conduit à

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{W=12,44} > 4\,500$$

et

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2}\right)_{W=12,44} < 47,30$$

Ces deux résultats sont incompatibles.

Nous sommes donc amenés à varier α , g_2 et g_4 en posant

$$\begin{cases} \alpha = \alpha' + \Delta\alpha \\ g_2 = g_2' \\ g_4 = g_4' + \Delta g_4 \end{cases}$$

α' , g_2' et g_4' étant liés par les relations (28) dans lesquelles on fait $\lambda_{**} = -0,15$ et nous écrirons également qu'à $W = 13,58$: $\frac{d\sigma}{d\Omega} \simeq 16$.

D'autre part, compte tenu des sections efficaces à l'arrière à $W = 12,44$ et $W = 13,58$, nous avons :

$$[a_1(-1) - a_2(-1)]_{W=12,44} \simeq \varepsilon [a_1(-1) - a_2(-1)]_{W=13,58}$$

Ceci conduit à quatre systèmes de deux équations, chacun donnant $\Delta\alpha$ et Δg_4 et par suite α , g_2 et g_4 en fonction de α' .

Nous allons voir que ces quatre systèmes n'ont pas de solutions.

Système I.

$$\begin{cases} \Delta\alpha = 1,49 - 0,204 \alpha' \\ \Delta g_4 = 62,57 - 7,55 \alpha' \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 1,492 + 0,796 \alpha' \\ g_2 = -36,13 - 22,14 \alpha' \\ g_4 = 26,62 + 8,46 \alpha' \end{cases}$$

Nous obtenons

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{W=13,58} = (-13,31 \alpha' + 5,22)^2 + 80$$

et à $W = 12,44$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2}\right) = 24,59 - 7,87 \alpha' + 1,33 \alpha'^2$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (+1) = (32,41 + 18,18 \alpha')^2 + 7,90$$

La condition à $W = 12,44$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right) \gtrsim \frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)$$

donne

$$-2,13 \lesssim \alpha' \lesssim -1,47$$

et par suite :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{W=13,58} > 1\,200 \quad \text{valeur bien trop grande}$$

et

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{W=12,44} < 48 \quad \text{valeur acceptable}$$

Or ces deux résultats sont incompatibles : par conséquent, le système I n'a pas de solutions.

Système II.

$$\begin{cases} \Delta x = 2,416 - 0,204 \alpha' \\ \Delta g_4 = 83,53 - 7,55 \alpha' \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = 2,416 + 0,796 \alpha' \\ g_2 = 36,13 - 22,14 \alpha' \\ g_4 = 47,58 + 8,46 \alpha' \end{cases}$$

Nous en déduisons :

$$\text{à } W = 13,58 \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} (-1) = 80 + (-13,31 \alpha' + 8,36)^2$$

et

$$\text{à } W = 12,44 \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right) = 26,44 - 11,99 \alpha' + 2,92 \alpha'^2$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (+1) = (22,80 + 18,18 \alpha')^2 + 7,90$$

La condition à $W = 12,44$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right) \gtrsim \frac{d\sigma}{d\Omega} (+1)$$

donne :

$$-1,41 \lesssim \alpha' \lesssim -1,09$$

ce qui entraîne alors les deux résultats incompatibles

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{W=12,44} < 17 \quad \text{valeur trop petite}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{W=13,58} > 460 \quad \text{valeur trop grande}$$

Donc pas de solutions.

Système III.

$$\begin{cases} 1\alpha = 0,642 - 0,360 \alpha' \\ 1g_1 = 31,10 - 13,34 \alpha' \end{cases}$$

D'où :

$$\begin{cases} \alpha = 0,642 + 0,640 \alpha' \\ g_2 = -36,13 - 22,14 \alpha' \\ g_4 = -4,85 + 2,66 \alpha' \end{cases}$$

Nous obtenons :

$$\text{à } W = 13,58 \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} (-1) = (2,56 \alpha' + 13,85)^2 + 80$$

et

$$\text{à } W = 12,44 \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right) = 13,19 - 0,67 \alpha' + 3,09 \alpha'^2$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (+1) = (41,32 \alpha' + 61,30)^2 + 7,90$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right) \gtrsim \frac{d\sigma}{d\Omega} (+1) \quad \text{donne :}$$

$$-1,58 \lesssim \alpha' \lesssim -1,40$$

ce qui conduit aux résultats incompatibles

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{W=12,44} < 22 \quad \text{valeur trop faible}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{W=13,58} > 80 \quad \text{valeur trop forte}$$

Donc pas de solutions.

Système IV.

$$\begin{cases} \Delta\alpha = 1,059 - 0,360 \alpha' \\ \Delta g_4 = 33,36 - 13,34 \alpha' \\ \begin{cases} \alpha = 1,059 + 0,640 \alpha' \\ g_2 = -36,13 - 22,14 \alpha' \\ g_4 = -2,59 + 2,66 \alpha' \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{à } W = 13,58 \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} (-1) = (2,56 \alpha' + 22,07)^2 + 80$$

$$\begin{aligned} \text{à } W = 12,44 \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2}\right) &= 64,36 + 24,85 \alpha' + 3,09 \alpha'^2 \\ \frac{d\sigma}{d\Omega} (+1) &= (41,32 \alpha' + 68,39)^2 + 7,90 \end{aligned}$$

La condition

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2}\right) \gtrsim \frac{d\sigma}{d\Omega} (+1) \text{ à } W = 12,44$$

donne :

$$-1,77 \lesssim \alpha' \lesssim -1,53$$

et par suite deux résultats incompatibles :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2}\right)_{W=12,44} &< 34 \quad \text{valeur trop faible} \\ \frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{W=13,58} &> 387 \quad \text{valeur trop faible} \end{aligned}$$

Donc pas encore de solutions.

En définitive, l'hypothèse d'une parité paire ΣA avec le K' en onde P semble en contradiction avec le modèle.

D. — Hypothèse d'une parité paire ΣA et du K' en onde S .

Les coefficients des termes en g_2 et g_1 dans les expressions de f_1 et f_2 sont donnés au début des deux paragraphes précédents.

Nous opérons toujours de la même manière. Nous commençons par supposer la section efficace nulle au centre à $W = 13,58$. Nous obtenons alors :

$$\begin{cases} g_2 = -30,78 \alpha - 57,55 \lambda_{**} \\ g_4 = -48,66 \alpha + 267,49 \lambda_{**} \end{cases} \quad (30)$$

Nous en déduisons encore :

$$[a_1(-1) - a_2(-1)]_{W=12,44} \simeq 1,4 [a_1(-1) - a_2(-1)]_{W=12,09}$$

Nous arrivons par conséquent aux mêmes conclusions que dans les cas précédents, à savoir que le pic à l'arrière de la section efficace différentielle et la variation de ce pic en fonction de l'énergie ne peuvent trouver leur explication que par l'intermédiaire de b_1 et b_2 , c'est-à-dire de λ_* et λ_{**} . Nous avons encore

$$\begin{cases} \lambda_* = -0,40 \\ \lambda_{**} = -0,15 \end{cases} \quad (31)$$

compte tenu de ces valeurs, il ne nous reste plus que le paramètre α .

La condition à $W = 12,44$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right) \gtrsim \frac{d\sigma}{d\Omega} (+1)$$

exige que α vérifie la double inégalité suivante :

$$-0,51 \lesssim \alpha \lesssim 0,56.$$

Or, pour ces valeurs de α , nous avons :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{W=13,58} \gtrsim 140$$

et

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{W=12,44} \lesssim 16,50$$

Ces deux résultats sont incompatibles.

Ceci nous amène donc à varier les paramètres de couplage en posant :

$$\alpha = \alpha' + 1x$$

$$g_2 = g_2'$$

$$g_4 = g_4' + Ag_4$$

α' , g_2' et g_4' satisfaisant les relations :

$$\begin{cases} g_2' = -30,78 \alpha' + 8,63 \\ g_4' = -48,66 \alpha' - 40,12 \end{cases} \quad (32)$$

En tenant compte du fait que $\frac{d\sigma}{d\Omega} (0)$ à 13,58 est de l'ordre de 16 et que

$$|a_1(-1) - a_2(-1)|_{W=12,44} \simeq |a_1(-1) - a_2(-1)|_{W=13,58}$$

ceci nous conduit à quatre systèmes comme dans les cas précédents, déterminant $1x$ et $1g_1$ et par suite α , g_2 et g_4 en fonction de α' .

Système I.

La solution est

$$\begin{cases} \Delta x = -3,454 + 1,186 \alpha' \\ \Delta g_4 = 744,15 - 270,98 \alpha' \end{cases}$$

ce qui donne

$$\begin{cases} x = -3,454 + 2,186 \alpha' \\ g_2 = 8,63 - 30,78 \alpha' \\ g_4 = 704,03 - 319,64 \alpha' \end{cases}$$

Nous pouvons alors remarquer que quel que soit α' nous avons l'inégalité inacceptable :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{W=12,58} > \frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{W=12,09}$$

Donc pas de solution.

Système II.

Sa solution est

$$\begin{cases} \Delta x = -2,244 + 1,186 \alpha' \\ \Delta g_4 = 549,02 - 270,98 \alpha' \end{cases}$$

ce qui conduit à

$$\begin{cases} x = -2,24 + 2,186 \alpha' \\ g_2 = 8,63 - 30,78 \alpha' \\ g_4 = 508,90 - 319,64 \alpha' \end{cases}$$

Quel que soit α' nous avons :

$$2 \frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{W=12,58} > \frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{W=12,09}$$

Ce qui est en désaccord avec les résultats expérimentaux. Donc pas de solutions.

Système III.

$$\begin{cases} \Delta x = 1,298 + 0,306 \alpha' \\ \Delta g_4 = -260,96 - 69,89 \alpha' \end{cases}$$

D'où :

$$\begin{cases} x = 1,298 + 1,306 \alpha' \\ g_2 = 8,63 - 30,78 \alpha' \\ g_4 = -301,08 - 118,55 \alpha' \end{cases}$$

Les inégalités

$$(A) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{W=12,44} \gtrsim \frac{d\sigma}{d\Omega} (+1)_{W=12,44}$$

$$(B) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{W=12,44} \lesssim \frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)_{W=13,58}$$

entraînent respectivement les conditions

$$(A) \quad -0,11 \lesssim \alpha' \lesssim 6,81$$

$$(B) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha' \gtrsim 0,86 \\ \text{ou} \\ \alpha' \lesssim -6,30 \end{array} \right.$$

ce qui n'autorise pour α' que le domaine

$$0,85 \lesssim \alpha' \lesssim 6,81.$$

Or, pour ces valeurs, nous avons

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{W=13,58} \sim 1,55 \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{W=12,44}$$

ce qui est en désaccord avec les résultats expérimentaux. Donc ce système n'a pas de solutions.

Système IV.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\alpha = 0,018 + 0,306 \alpha' \\ \Delta g_4 = -48,56 - 69,89 \alpha' \end{array} \right.$$

D'où :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 1,306 \alpha' + 0,018 \\ g_2 = -30,78 \alpha' + 8,63 \\ g_4 = 118,55 \alpha' - 88,68 \end{array} \right.$$

L'inégalité

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{W=12,44} \gtrsim \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right)_{W=13,58}$$

conduit à la condition :

$$0,70 \lesssim \alpha' \lesssim 2,02.$$

Par ailleurs, comme à $W = 12,44$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(-\frac{1}{2} \right) \gtrsim \frac{d\sigma}{d\Omega} (+1)$$

nous en déduisons :

$$-2,67 \lesssim \alpha' \lesssim 0,97.$$

Par conséquent, nous devons avoir :

$$-0,70 \lesssim \alpha' \lesssim 0,97.$$

Nous pouvons alors remarquer que nous avons à l'arrière avec ces valeurs de α'

$$\text{à } W = 12,09 \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \simeq 480$$

$$\text{à } W = 12,44 \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \simeq 110$$

$$\text{à } W = 13,58 \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \simeq 80$$

La contribution des a à l'arrière étant très faible.

Il s'ensuit, puisqu'aucune affinité n'est à envisager du fait de bonnes valeurs à l'arrière à ces trois énergies, nous pouvons préciser les valeurs des sections efficaces, par exemple, imposer qu'à

$$W = 12,44 \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} (+1) \lesssim 20$$

$$\text{c'est-à-dire } \alpha' \lesssim 0$$

$$\text{et à } W = 13,58 \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} (+1) \lesssim 30$$

$$\text{c'est-à-dire } \alpha' \gtrsim -50$$

En définitive, il nous reste pour α' le domaine suivant :

$$-0,50 \lesssim \alpha' \lesssim 0.$$

Nous avons alors construit aux cinq énergies : $W = 11,73 ; 12,09 ; 12,33 ; 12,44 ; 13,58$ les courbes de sections efficaces différentielles correspondant à $\alpha' = 0$ et à $\alpha' = -0,50$.

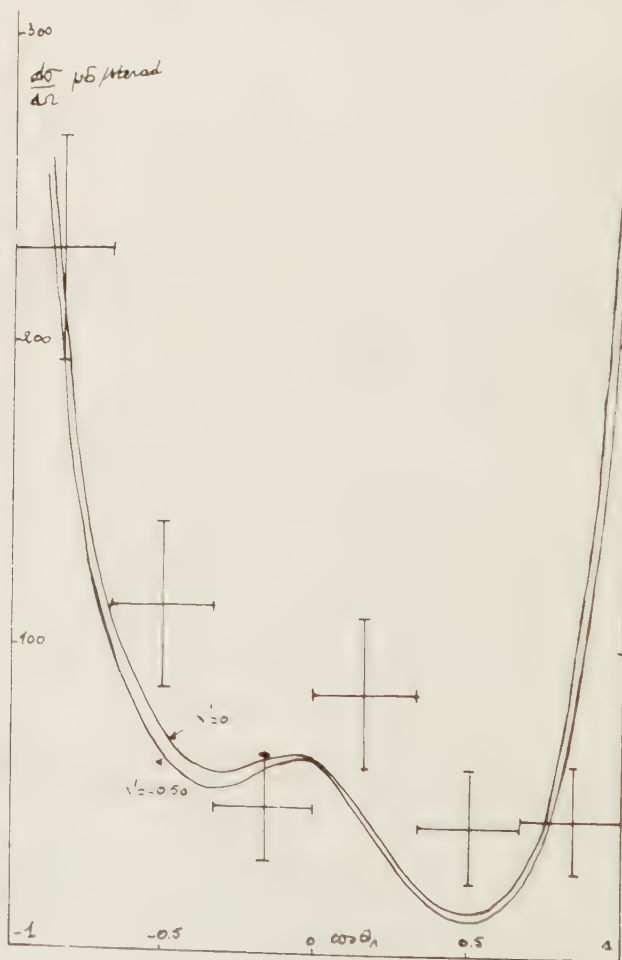
Elles nous permettent de conclure que pour $-0,50 \lesssim \alpha' \lesssim 0$ nous avons à ces cinq énergies un bon accord avec les résultats expérimentaux, aussi bon en tout cas que dans l'hypothèse du K' en onde P et et d'une parité relative ΣA égale à -1 .

Il y a d'ailleurs une forte ressemblance entre les courbes obtenues dans les deux hypothèses avec toutefois, dans l'hypothèse ici présente

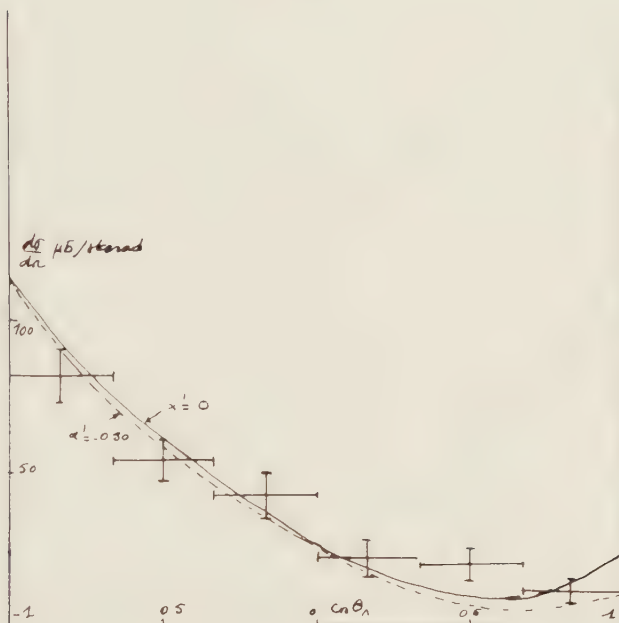
du K' en onde S et d'une parité ΣA égale à -1 , une section efficace différentielle plus forte pour $-\frac{1}{2} \lesssim \cos \theta \lesssim 0$.

Il est à noter cependant qu'à $W = 12.33$ nous avons une section efficace différentielle à l'arrière un peu faible : nous pouvons y remédier en faisant, comme dans le cas du K' en onde P et $(\Sigma A) = -1$, un léger accroissement sur γ et $|\lambda_{**}|$ par exemple $\gamma = 2.5$, $\lambda_{**} = -0.18$.

La courbe de section efficace totale est très voisine de celle obtenue dans le cas du K' en onde P et $\Sigma A = -1$.



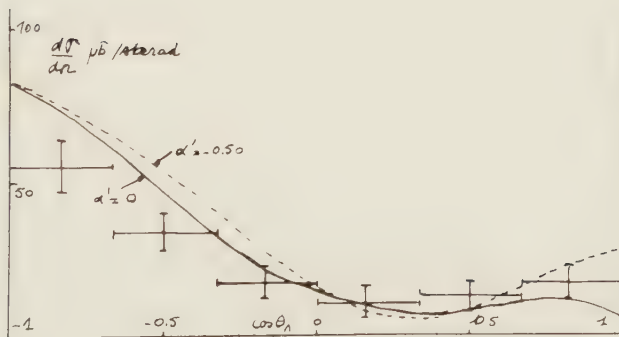
(3) BERKELEY
 K' en onde S
 Parité $\Sigma A = +1$



(7) BERKELEY

K' en onde S

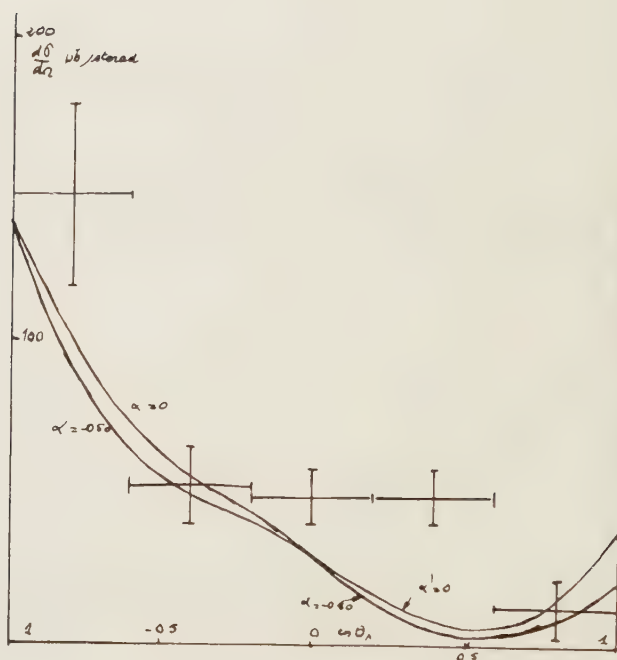
Parité $\Sigma A = +1$



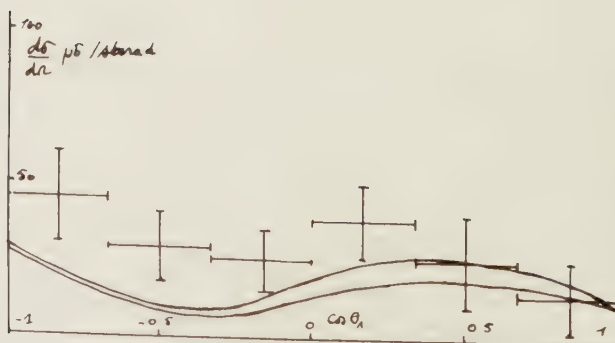
(11) COLUMBIA

K' en onde S

Parité $\Sigma A = +1$



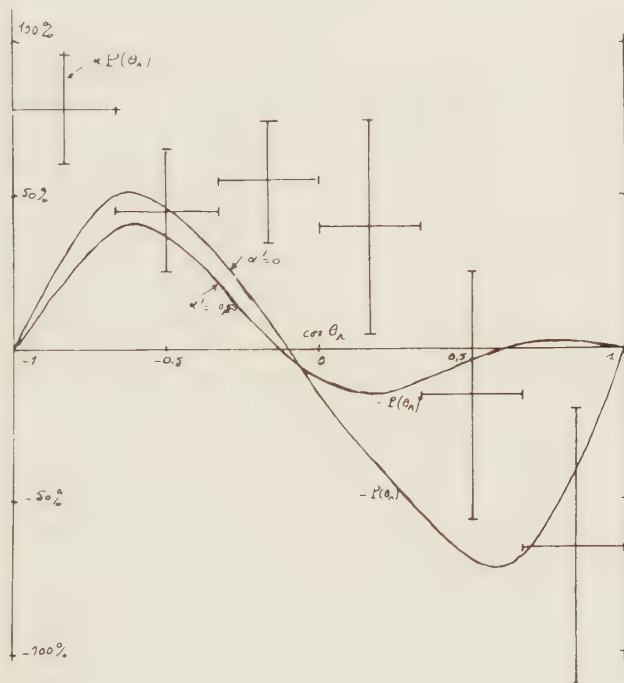
(5) COLUMBIA
 K' en onde S
 Parité $\Delta\Sigma = +1$



(2) BERKELEY
 K' en onde S
 Parité $\Delta\Sigma = +1$
 (La courbe supérieure correspond à $\alpha' = 0$)

Courbe de polarisation ($W = 12,44$).

Nous avons construit les courbes de polarisation correspondant à $\alpha' = 0$ et $\alpha' = -0,50$ avec $\gamma = 2$, $\lambda_{**} = -0,15$, $\lambda_* = -0,40$; il y a un bon accord avec les résultats expérimentaux avec un α positif. On peut remarquer que la courbe correspondant à $\alpha' = 0$ semble meilleure que celle correspondant à $\alpha' = -0,50$.



TROISIEME PARTIE

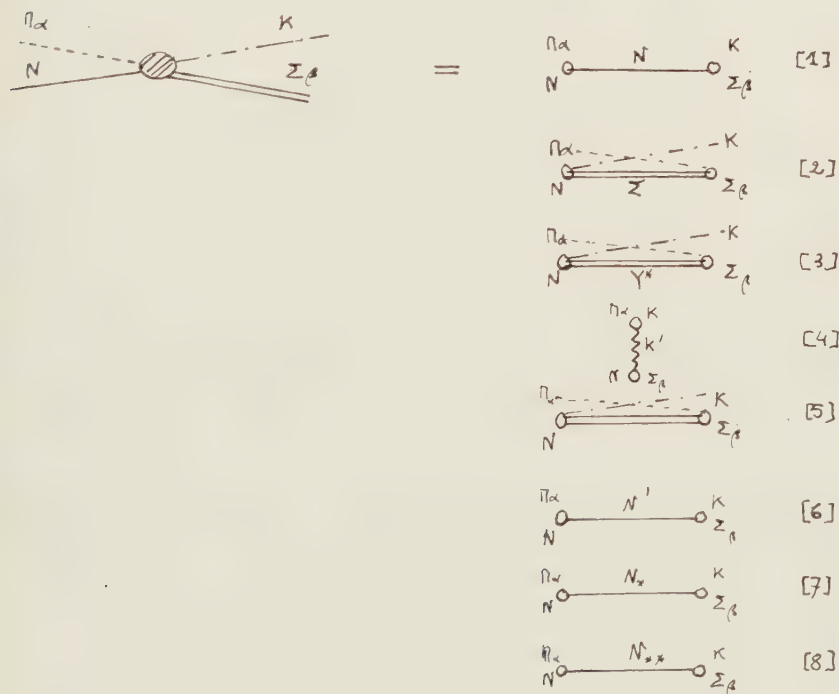
ÉTUDE DE LA PRODUCTION DU Σ

Nous nous proposons dans cette dernière partie de présenter le problème de la production associée du Σ et du K .

Nous considérons l'amplitude de la réaction

$$(R_{\alpha\beta}) \pi_{\alpha} + N \rightarrow K + \Sigma_{\beta}$$

comme la somme des termes de pôles représentés par les diagrammes suivants :



N' représente la résonance $\pi - N$, $I = \frac{3}{2}$, $J = \frac{3}{2}$, $L = 1$;

N_* et N_{**} les deux résonances $\pi - N$, $I = \frac{1}{2}$.

Etude du spin isotopique.

La réaction ($R_{\alpha\beta}$) a deux états d'isospin $I = \frac{1}{2}$ et $I = \frac{3}{2}$ exactement comme dans le cas de la diffusion $\pi - N$. Il devient alors évident d'écrire l'amplitude $T_{\beta\alpha}$ (élément de matrice dans l'espace des isospineurs $\frac{1}{2}$ du nucléon et du méson K) sous la forme :

$$T_{\beta\alpha} = \delta_{\beta\alpha} T^{(0)} + \frac{1}{2} [\tau_\beta, \tau_\alpha] T^{(1)} \quad (1)$$

où τ représentent les matrices de Pauli et $T^{(0)}$ et $T^{(1)}$ deux amplitudes indépendantes de charges.

Les amplitudes pures de spin isotopique $I = \frac{1}{2}$ et $I = \frac{3}{2}$ sont reliées à $T^{(0)}$ et $T^{(1)}$ par les relations

$$\begin{cases} T^{3/2} = T^{(0)} - T^{(1)} \\ T^{1/2} = T^{(0)} + 2 T^{(1)} \end{cases} \quad (2)$$

Par ailleurs, les réactions observées expérimentalement sont :

$$(R^+) \quad \pi^+ + p \longrightarrow \Sigma^+ + K^+ \text{ amplitude } T^{(+)}$$

et

$$(R^-) \quad \pi^- + p \longrightarrow \Sigma^- + K^+ \text{ amplitude } T^{(-)}$$

$T^{(+)}$ est une amplitude pour $I = \frac{3}{2}$

$$T^{(+)} = T^{3/2} = T^{(0)} - T^{(1)} \quad (3)$$

$T^{(-)}$ est un mélange d'amplitude $I = \frac{1}{2}$ et $I = \frac{3}{2}$

$$T^{(-)} = T^{(0)} + T^{(1)}. \quad (4)$$

Forme des Hamiltoniens. Introduction des constantes de couplage.

Nous utiliserons la méthode de Feynman pour le calcul des cinq premiers termes (pour le terme 4 uniquement dans le cas du K' en onde S).

Nous allons par conséquent préciser les hamiltoniens utilisés et par là-même introduire les constantes de couplage (on ne rappellera pas ceux déjà utilisés pour la production du Λ).

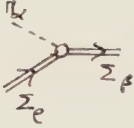
Terme 1.

$$\text{vertex } NK\Sigma_\beta \quad V_{NK\Sigma_\beta} = g_{NK\Sigma} \tau_\beta \bar{\psi}_{\Sigma\beta} \Gamma \psi_N \Phi_K + H.C$$

avec $\Gamma = i\gamma_5$ ou 1 suivant que $\Lambda\Sigma = +1$ ou -1 .

$$G_1 = g_{\pi\pi N} \cdot g_{NK\Sigma} \text{ réel.}$$

Terme 2.



$$V_{\pi_\alpha \Sigma_\rho, \Sigma_\beta} = -g_{\Sigma\Sigma\pi} i\varepsilon_{\alpha\beta\rho} \bar{\psi}_{\Sigma\beta} i\gamma_5 \psi_{\Sigma\rho} \Phi_\alpha$$

$$G_2 = g_{NK\Sigma} \cdot g_{\Sigma\Sigma\pi} \text{ réel.}$$

Terme 3.

Rappelons que $\xi(Y^*) = -1$, donc

$$V_{KNY_\rho^*} = g_{KNY^*} \tau_\rho \bar{\psi}_{Y_\rho^*} \psi_N \Phi_K + H.C$$

$$V_{Y_\rho^* \pi_\alpha, \Sigma_\beta} = -i g_{N\Sigma Y^*} \varepsilon_{\alpha\beta\rho} \bar{\psi}_{\Sigma\beta} \Gamma \psi_{Y_\rho^*} \Phi_\alpha$$

avec $\Gamma = 1$ ou $i\gamma_5$ suivant que $\Sigma\Lambda = +1$ ou -1 .

$$G_3 = g_{KNY^*} \cdot g_{\pi\Sigma Y^*} \text{ réel.}$$

Terme 4.

(K' en onde S) ; d'où $\xi_{K'} = +1$.

Compte tenu des résultats obtenus dans la production du Λ , avec le K' en onde S , nous avons une parité relative $\Sigma\Lambda = +1$;

$$V_{NK'\Sigma\beta} = g_{\pi\Sigma K'} \bar{\psi}_N \tau_\beta \psi_{\Sigma\beta} \Phi_{K'} + H.C$$

$$G_4 = g_{\pi KK'} \cdot g_{N\Sigma K'} \text{ réel.}$$

Terme 5.

$$V_{\Lambda\pi\alpha\Sigma\beta} = \delta_{\alpha\beta} \bar{\psi}_{\Sigma\beta} \Gamma \psi_\Lambda \Phi_{\pi\alpha} g_{\Pi\Lambda\Sigma}$$

avec $\Gamma = 1$ ou $i\gamma_5$ suivant que $\Lambda\Sigma = -1$ ou $+1$. $G_5 = g_{\Pi\Lambda\Sigma} g_{NAK}$

Pour le K' en onde P on peut introduire un Lagrangien, mais comme nous l'avons déjà fait dans la production du Λ , nous utiliserons un modèle phénoménologique. La dépendance en charge reste cependant la même.

Quant aux trois derniers termes, nous utiliserons aussi une méthode phénoménologique.

Remarque. — Entre G_1 et G_5 et g_1 et g_2 nous avons la relation évidente :

$$\boxed{G_1 G_5 = g_1 g_2} \quad (5)$$

Calcul des termes 1, 2, 3, 4, 5 (4 dans l'hypothèse du K' en onde S' avec alors $\Sigma\Lambda = +1$).

Nous allons faire le calcul de ces termes et chercher les contributions aux réactions (R^+) et (R^-).

Terme 1.

La dépendance en charge est de la forme $\tau_\beta \tau_\alpha$. Or

$$\tau_\beta \tau_\alpha = \delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{2} [\tau_\beta, \tau_\alpha],$$

donc pour ce terme :

$$T^{(0)} = T^{(1)}$$

d'où

$$T^{(+)} = 0 \quad (6)$$

et

$$T^{(-)} = 2 T^0.$$

Nous avons (première partie, ch. IV) en appliquant la formule (1) avec :

$$1. \text{ Si } \Sigma A = +1 \quad \Gamma = \Gamma' = i\gamma_5.$$

$$(A^{(-)}, B^{(-)}) = 2 (A^0, B^0) = \frac{2 G_1}{s - M^2} \left(\frac{M_\Sigma - M_N}{2}, 1 \right) \quad (7)$$

$$2. \text{ Si } \Sigma A = -1 \quad \Gamma = i\gamma_5 \quad \Gamma' = 1.$$

$$(A^{(-)}, B^{(-)}) = 2 (A^0, B^0) = \frac{2 G_1}{s - M_N^2} \left(\frac{M_\Sigma + M_N}{2}, -1 \right) \quad (8)$$

Terme 2.

La dépendance en charge est, en sommant sur les états de charges du Σ intermédiaire :

$$\sum_{\rho} -i \varepsilon_{\alpha\beta\rho} \tau_\rho = \frac{1}{2} [\tau_\beta, \tau_\alpha]. \quad (9)$$

Ce terme n'intervient donc que dans $T^{(1)}$.

$$\begin{aligned} T &= T^{(1)} \\ T^{(0)} &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Nous avons alors, en appliquant les résultats (première partie, p. 32) et en tenant compte que ce terme appartient à la voie II :

$$1. \text{ Si } \Sigma A = +1 \quad \Gamma = \Gamma' = i\gamma_5.$$

$$(A^{(1)}, B^{(1)}) = \frac{G_2}{u - M_\Sigma^2} \left(\frac{M_N - M_\Sigma}{2}, -1 \right) \quad (11)$$

2. Si $\Sigma A = -1$ $\Gamma = 1$ $\Gamma' = i\gamma_5$.

$$(A^{(1)}, B^{(1)}) = \frac{G_2}{u - M_\Sigma^2} \left(\frac{M_N + M_\Sigma}{2}, -1 \right) \quad (12)$$

Terme 3.

Identique au terme 2 du point de vue de la charge :

$$\begin{aligned} T &= T^{(1)} \\ T^{(0)} &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

1. Si $\Sigma A = +1$ $\Gamma = 1$ $\Gamma' = 1$.

$$(A^{(1)}, B^{(1)}) = \frac{G_3}{u - M_{Y^*}^2} \left(M_{Y^*} + \frac{M_N + M_\Sigma}{2}, -1 \right) \quad (14)$$

2. Si $\Sigma A = -1$ $\Gamma = 1$ $\Gamma' = i\gamma_5$.

$$(A^{(1)}, B^{(1)}) = \frac{G_3}{u - M_{Y^*}^2} \left(M_{Y^*} + \frac{M_N - M_\Sigma}{2}, -1 \right) \quad (15)$$

Terme 4.

Le facteur de charge est $\tau_\alpha \tau_\beta$. Or :

$$\tau_\alpha \tau_\beta = \delta_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} [\tau_\beta, \tau_\alpha].$$

Donc ce terme apporte des contributions opposées à $T^{(0)}$ et $T^{(1)}$:

$$T^{(0)} = - T^{(1)}.$$

Donc ce terme n'existe pas dans $T^{(-)}$.

$$T^{(-)} = 0 \quad (16)$$

et

$$T^{(+)} = 2 T^{(0)}.$$

Nous avons alors (formule (3), VI, première partie) :

$$(A^{(+)}, B^{(+)}) = \frac{2 G_4}{t - K'^2} (-1, 0) \quad (17)$$

Terme 5.

Le facteur de charge est simplement $\delta_{\alpha\beta}$. Donc :

$$T^{(1)} = 0$$

$$\boxed{T = T^{(0)}} \quad (18)$$

1. Si $(\Sigma A) = +1 \quad \Gamma = \Gamma' = i\gamma_5,$

$$\boxed{(A^0, B^0) = \frac{G_5}{u - M_A^2} \left(-M_A + \frac{M_N + M_\Sigma}{2}, -1 \right)} \quad (19)$$

2. Si $(\Sigma A) = -1 \quad \Gamma = i\gamma_5 \quad \Gamma' = 1.$

$$\boxed{(A^0, B^0) = \frac{G_5}{u - M_A^2} \left(+M_A - \frac{M_N - M_\Sigma}{2}, +1 \right)} \quad (20)$$

Calcul des termes 6, 7 et 8 et du terme 4 (avec l'hypothèse du K en onde P et $\Sigma A = -1$).

Remarque préliminaire sur la dépendance en charge des termes 6, 7 et 8.

a) Terme 6 : N' .

L'amplitude correspondante est pure, $I = \frac{3}{2}$.

Or

$$\begin{cases} T^{(0)} = T^{(1)} = T^{3/2} \\ T^{(0)} + 2 T^{(1)} = T^{1/2} = 0 \end{cases}$$

D'où

$$\begin{cases} T^{(0)} = \frac{2}{3} T^{3/2} \\ T^{(1)} = -\frac{1}{3} T^{3/2} \end{cases}$$

En définitive :

$$\boxed{\begin{aligned} T^{(+)} &= T^{3/2} \\ T^{(-)} &= +\frac{1}{3} T^{3/2} \end{aligned}} \quad (21)$$

b) Termes 7 et 8 : N_* et N_{**} .

Ce sont des amplitudes pures d'isospin $I = \frac{1}{2}$.

Nous avons alors :

$$\begin{cases} T^{(0)} - T^{(1)} = T^{3/2} = 0 \\ T^{(0)} - 2 T^{(1)} = T^{1/2} \end{cases}$$

D'où

$$T^{(0)} = T^{(1)} = \frac{1}{3} T^{1/2}$$

et par suite

$$\begin{aligned} T^{(+)} &= 0 \\ T^{(-)} &= \frac{2}{3} T^{1/2} \end{aligned} \quad (22)$$

Terme 6 (N') : calcul de $T^{3/2}$.

Rappelons que la résonance $\pi - N$ appelée ici N' est dans l'état $J = \frac{3}{2}$; $P = 1$: soit $W' = \sqrt{s'}$ sur énergie dans le système du centre de masse ; $W' < M_\Sigma + K$ énergie du seuil physique.

Les amplitudes A et B associées à ce terme sont reliées aux fonctions f_1 et f_2 du système du centre de masse par des relations du type :

$$\begin{cases} A = \alpha_1(s) f_1 + \alpha_2(s) f_2 \\ B = \beta_1(s) f_1 + \beta_2(s) f_2 \end{cases} \quad (23)$$

où pour $\Sigma A = +1$ (formule (23), première partie) :

$$\begin{aligned} \beta_1(s) &= \frac{[(E_N + M_N)(E_\Sigma + M_\Sigma)]^{-1/2}}{2W} \alpha_1(s) - \left(W + \frac{M_N + M_\Sigma}{2} \right) \beta_1(s) \\ \beta_2(s) &= - \frac{[(E_N - M_N)(E_\Sigma - M_\Sigma)]^{-1/2}}{2W} \alpha_2(s) - \left(W - \frac{M_N + M_\Sigma}{2} \right) \beta_2(s) \end{aligned} \quad (24)$$

et pour $\Sigma A = -1$ (formule (26), première partie) :

$$\begin{aligned} \beta_1(s) &= \frac{[(E_\Sigma - M_\Sigma)(E_N + M_N)]^{-1/2}}{2W} \alpha_1(s) - \left(W + \frac{M_N - M_\Sigma}{2} \right) \beta_1(s) \\ \beta_2(s) &= - \frac{[(E_N - M_N)(E_\Sigma + M_\Sigma)]^{-1/2}}{2W} \alpha_2(s) - \left(W - \frac{M_N - M_\Sigma}{2} \right) \beta_2(s) \end{aligned} \quad (25)$$

Dans les deux cas, f_1 et f_2 se décomposent en ondes partielles suivant les relations (première partie, chapitre II, formule 6) :

$$\left\{ \begin{aligned} f_1 &= \sum_l [f_{l-1}^+(s) - f_{l+1}^-(s)] P_l'(\cos \theta) \\ f_2 &= \sum_l [f_l^-(s) - f_l^+(s)] P_l'(\cos \theta) \end{aligned} \right.$$

a) Nous commençons par négliger toutes les ondes partielles autres que f^+ qui correspond à $J = \frac{3}{2}$, $L = 1$.

Nous en déduisons :

$$\left\{ \begin{aligned} f_1 &= f_1^+ P_2'(\cos \theta) \\ f_2 &= -f_1^+ P_1'(\cos \theta) = -f_1^+ \end{aligned} \right.$$

D'où

$$\left\{ \begin{aligned} A &= (\alpha_1 P_2' - \alpha_2) f_1^+ \\ B &= (\beta_1 P_2' - \beta_2) f_1^+ \end{aligned} \right. \quad (26)$$

b) Si nous prenons pour $f^+(s)$ une forme de Breit-Wigner,

$$f_1^+ = \frac{k\gamma}{s - s' + i\gamma} \quad (\gamma \text{ réel}). \quad (27)$$

Comme nous l'avons déjà remarqué dans le calcul du terme en N_* dans la production du A la condition d'unitarité entraîne que k est réel.

c) Si nous faisons enfin l'hypothèse d'une résonance infiniment étroite, c'est-à-dire l'hypothèse d'une particule N' de masse égale à W' , nous avons alors pour A et B des expressions de la forme

$$\left\{ \begin{aligned} A &= \frac{a(s', \cos \theta)}{s - s'} \\ B &= \frac{b(s', \cos \theta)}{s - s'} \end{aligned} \right. \quad (28)$$

En rapprochant (26), (27), (28) nous en déduisons pour A et B :

$$\left\{ \begin{aligned} A^{3/2} &= [\alpha_1(s') P_2'(\cos \theta) - \alpha_2(s')] \frac{g'}{s - s'} \\ B^{3/2} &= [\beta_1(s') P_2'(\cos \theta) - \beta_2(s')] \frac{g'}{s - s'} \end{aligned} \right. \quad (29)$$

où g' est une constante réelle.

Si $\Sigma A = +1$, $\alpha_1(s')$ et $\beta_1(s')$ sont réels ;
 $\alpha_2(s')$ et $\beta_2(s')$ sont imaginaires purs.

Si $\Sigma A = -1$, le résultat inverse se produit.

Pour des calculs numériques, il y aurait lieu pour conserver l'analogie avec ce qui a été fait pour la production du A , c'est-à-dire de remplacer g' par une constante réelle proportionnelle λ'

$$2 W' \times \lambda' \times [(E_{\Sigma}^2 - M_{\Sigma}^2) (E_N^2 - M_N^2)]_{s-s'}^{+1/2} = g'. \quad (30)$$

Terme 7 : (N_) : calcul de $T^{1/2}$.*

Nous arriverons à la même conclusion que dans le calcul du terme en N_* dans la production du A . Soit

$$\left\{ \begin{array}{l} A^{1/2} = [-\alpha_1(s_*) + \alpha_2(s_*) P_2'(\cos \theta)] \frac{g_*}{s - s_*} \\ B^{1/2} = [-\beta_1(s_*) + \beta_2(s_*) P_2'(\cos \theta)] \frac{g_*}{s - s_*} \end{array} \right. \quad (31)$$

g_* étant une constante réelle, $W_* = \sqrt{s_*}$ énergie de la résonance $\pi - N$. avec

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \alpha_1(s) f_1 + \alpha_2(s) f_2 \\ B = \beta_1(s) f_1 + \beta_2(s) f_2 \end{array} \right.$$

$\alpha_1(s)$, $\alpha_2(s)$, $\beta_1(s)$, $\beta_2(s)$ ayant les expressions déjà données pour les deux cas $\Sigma A = \pm 1$ dans le calcul du terme en N' .

Egalement ici pour des calculs numériques et afin de conserver le parallélisme avec la production du A , il conviendrait de remplacer g_* par une constante réelle v_* proportionnelle définie par

$$v_* \cdot 2 W_* [(E_{\Sigma}^2 - M_{\Sigma}^2) (E_N^2 - M_N^2)]_{s-s'}^{+1/2} = g_* \quad (32)$$

$W_* = \sqrt{s_*}$ étant inférieure à l'énergie du seuil physique, $\alpha_1(s_*)$ et $\beta_1(s_*)$ sont réels ; $\alpha_2(s_*)$ et $\beta_2(s_*)$ sont imaginaires purs si $\Sigma A = +1$.

L'inverse se produit si $\Sigma A = -1$.

*Terme 8 (N_{**}) : calcul de $T^{1/2}$.*

Là encore même résultat que pour le calcul du terme correspondant dans la production du A . Soit :

$$\left\{ \begin{array}{l} A^{1/2} = [-\alpha_1(s_{**}) P_2'(\cos \theta) + \alpha_2(s_{**}) P_3'(\cos \theta)] \frac{g_{**}}{s - s_{**}} \\ B^{1/2} = [-\beta_1(s_{**}) P_2'(\cos \theta) + \beta_2(s_{**}) P_3'(\cos \theta)] \frac{g_{**}}{s - s_{**}} \end{array} \right. \quad (33)$$

avec toujours même définition et réalité suivant que $\Sigma A = +1$ ou -1 puisque contrairement à ce qui se passe dans la production du A , $W_{**} = \sqrt{s_{**}}$ est inférieure à l'énergie du seuil physique.

Calcul du terme 4 dans l'hypothèse du K' en onde P .

Compte tenu des résultats de la production du A nous sommes automatiquement dans le cas d'une parité relative ΣA impaire :



Nous sommes ici dans la voie III. La parité du K' est impaire, il en est par suite de même du système $N\bar{\Sigma}$ dont la parité est égale à $\xi_N \xi_{\Sigma} (-1)^{l_i} = (-1)^{l_i}$ où l_i est le moment orbital du système initial $N\bar{\Sigma}$. Nous en déduisons par conservation de la parité que l_i est impaire. Par ailleurs, K' étant dans l'état P , J est égal à 1, le spin total du système $N\bar{A}$ étant égal à 0 ou 1, l_i ne peut prendre que la valeur 1.

En conclusion, les seules amplitudes permises sont $f_1^{\pm}(t)$.

Les amplitudes A et B associées à ce terme sont reliées aux fonctions f_1 et f_2 du système du centre de masse par des relations du type (cf. première partie, formule (38), II) :

$$\begin{cases} A = \alpha_1(t) f_1 + [\alpha_2(t) + \gamma_2(t) P'_2(\cos \theta_{III})] f_2 \\ B = \beta_2(t) f_2 \end{cases} \quad (34)$$

a) Nous commençons par négliger toutes les ondes autres que $f_1^{\pm}$; nous avons (cf. première partie, B) :

$$\begin{cases} f_1 = f_1^+ P'_2(\cos \theta_{III}) \\ f_2 = f_1^- - f_1^+ \end{cases} \quad (35)$$

D'où

$$\begin{cases} A = \alpha_2(t) (f_1^- - f_1^+) + [\alpha_1(t) f_1^+ + \gamma_2(t) (f_1^- - f_1^+)] P'_2(\cos \theta_{III}) \\ B = \beta_2(t) (f_1^- - f_1^+) \end{cases} \quad (36)$$

b) En prenant pour $f_l^\pm(t)$ une formule de Breit-Wigner et en considérant par la suite la résonance infiniment étroite, on en déduit pour A et B les expressions suivantes :

$$\left| \begin{aligned} A &= \alpha_2(tr) \frac{G}{t - tr} + \frac{G'}{t - tr} P_2'(\cos \theta_{III}) \\ B &= \beta_2(tr) \frac{G}{t - tr} \end{aligned} \right| \quad (37)$$

$\alpha_2(tr)$, $\beta_2(tr)$, iG sont imaginaires purs, $\alpha_1(tr)$, $\gamma_2(tr)$ et par suite iG' sont réels.

Comme dans la production du A , nous pouvons négliger G' car en calculant le terme 4 par une méthode de Feynman, en considérant un champ vectoriel pour le K' , le terme en $\cos \theta_{III}$ provient d'un couplage dérivatif, donc faible.

En introduisant alors une constante de couplage G_4 proportionnelle à G nous obtenons en définitive :

$$\left| \begin{aligned} A^{1/2} &= \frac{\alpha_2(tr)}{\beta_2(tr)} \frac{iG_4}{t - tr} \\ B^{1/2} &= \frac{G_4 i}{t - tr} \end{aligned} \right| \quad (38)$$

avec G_4 réel.

En définitive, nous avons déterminé les amplitudes totales $T^{(+)}$ et $T^{(-)}$ dans les deux hypothèses permises par l'étude de la production du A , à savoir :

Hypothèse I : K' en onde P , $\Sigma A = -1$.

Hypothèse II : K' en onde S , $\Sigma A = +1$.

CONCLUSION

Le modèle utilisé pour le calcul de la production du Λ a donné une distribution angulaire en bon accord avec les résultats expérimentaux et ceci à toutes les énergies. Nous avons pu rendre compte de l'asymétrie arrière-avant très prononcée au-dessus de la résonance de la section efficace totale. Nous avons constaté également, en plus de la conservation de l'asymétrie, une distribution plus isotrope au-dessous de la résonance, comme l'avait noté J. Steinberger, à 940 MeV/c, dans son rapport sur les particules étranges à la Conférence de Kiev (1959).

De plus, sur nos courbes théoriques au voisinage de la résonance, la section efficace différentielle augmente très rapidement quand $\cos \theta$ tend vers $+1$.

Enfin les courbes expérimentales de distribution angulaire ne semblent pas représentables par des polynômes du second degré, en $\cos \theta$, notamment au voisinage de 1 030 MeV/c. Les ondes S et P ne semblent pas suffisantes. Ceci explique le fait de la prépondérance dans notre modèle des termes correspondant aux deux résonances $\pi - N$ d'isospin $I = 1/2$ à moments angulaires élevés.

Nous avons obtenu également une bonne courbe de section efficace totale avec un pic très marqué au voisinage de 1 030 MeV/c (la position de la résonance N_{**} est à 1 020 MeV/c). Cette courbe décroît très vite pour une énergie inférieure à 1 030 MeV/c et reste pratiquement constante au-dessus de 1 120 MeV/c avec un léger creux entre 1 120 MeV/c et 1 430 MeV/c, vérifié expérimentalement, qui dans notre modèle correspond à un minimum de la partie réelle de l'amplitude de réaction.

Enfin, bien que notre modèle ne soit pas conçu pour rendre compte de la polarisation, nous obtenons un bon accord avec le seul résultat expérimental existant à une énergie déterminée (1 120 MeV/c), et il conduit à une valeur négative pour le paramètre d'asymétrie α dans la désintégration du Λ .

Il est remarquable que la compatibilité du modèle avec les résultats expérimentaux n'existe que dans deux cas seulement :

1. K' en onde P avec une parité relative ΣA égale à -1 .

2. K' en onde S avec une parité relative ΣA égale à $+1$.

Dans ces deux cas, nous avons obtenu les mêmes valeurs pour les paramètres de couplage correspondant aux isobares N_* et N_{**} :

$$\lambda_* \simeq -0,40$$

et
$$\lambda_{**} \simeq -0,18.$$

De la valeur de la largeur des résonances N_* et N_{**} et en utilisant une méthode analogue à celle utilisée pour le calcul des termes $\pi + N \rightarrow N_*$ ou $N_{**} \rightarrow K + A$, nous obtenons les valeurs de

$$\frac{g_{\pi NN}^2}{4\pi} \quad \text{et} \quad \frac{g_{\pi NN}^2}{4\pi}.$$

Avec pour la demi-largeur de résonance Γ égale à

$$40 \text{ MeV pour } N_* \quad \frac{g_{\pi NN}^2}{4\pi} \simeq 0,21$$

$$50 \text{ MeV pour } N_{**} \quad \frac{g_{\pi NN}^2}{4\pi} \simeq 0,13$$

Nous en déduisons alors en utilisant

$$\lambda_* = g_{\pi NN_*} \cdot g_{N_* K} \quad \text{et} \quad \lambda_{**} = g_{\pi NN_{**}} \cdot g_{N_{**} AK}$$

$$\frac{g_{AKN}^2}{4\pi} \simeq 0,0048 \quad \text{et} \quad \frac{g_{AKN}^2}{4\pi} \simeq 0,0016$$

A. — Dans l'hypothèse du K' en onde P et d'une partie ΣA égale à -1 .

Nous avons obtenu :

$$1) 20 \lesssim g_{\pi NN} g_{AKN} \lesssim 25.$$

De $\frac{g_{NN\pi}^2}{4\pi} \simeq 14,5$ nous en déduisons

$$0,18 \lesssim \frac{g_{NAK}^2}{4\pi} \lesssim 0,27.$$

Ce résultat est compatible avec les estimations de Y. Nambu et J.J. Sakurai [29] qui donnent

$$0 \lesssim \frac{g_{\Lambda KN}^2}{4\pi} \lesssim 3.$$

Par contre, il est en désaccord avec le résultat obtenu par A. Kana-zawa [30] et également par R. Capps [31].

$$2) \quad 2,54 \lesssim g_2 \lesssim 4,11.$$

Comme nous l'avons remarqué, g_2 est une valeur effective représentant la contribution globale des termes correspondant Σ et Y^* intermédiaires. Nous pouvons écrire :

$$g_2 = g_{N\Sigma K} g_{\pi\Lambda\Sigma} + X g_{NY^*K} \cdot g_{\pi\Lambda Y^*}$$

où X a une valeur moyenne égale à 0,8 avec de très petites fluctuations inférieures ou de l'ordre du dixième.

De la largeur de résonance du Y^* nous pouvons calculer $\frac{g_{\pi\Lambda Y^*}^2}{4\pi}$; par suite, en utilisant la valeur 0,4 pour $\frac{g_{NKY^*}^2}{4\pi}$ donnée par J. Franklin et S.F. Tuan [32] nous obtenons :

$$g_{NY^*K} \cdot g_{\pi\Lambda Y^*} = 3,6 \varepsilon.$$

Les constantes de couplage étant définies au signe près.

Donc

$$\text{avec } \varepsilon = +1 \quad -0,5 \lesssim g_{N\Sigma K} \cdot g_{\pi\Lambda\Sigma} \lesssim 1,5$$

$$\text{avec } \varepsilon = -1 \quad 5,6 \lesssim g_{N\Sigma K} \cdot g_{\pi\Lambda\Sigma} \lesssim 7,3$$

Ce dernier résultat semble compatible avec ceux de Y. Nambu et J.J. Sakurai qui conduisent à

$$g_{\pi\Sigma K} \cdot g_{\pi\Lambda\Sigma} \gtrsim 7,8.$$

$$3) \quad 15 \lesssim g_{\pi KK'} g_{NAK'} \lesssim 16.$$

De la largeur de résonance du K' nous déduisons :

$$\frac{g_{\pi KK'}^2}{4\pi} \simeq 0,9$$

et par suite

$$\frac{g_{NAK'}^2}{4\pi} \simeq 1,8.$$

B. — Dans l'hypothèse du K' en onde S et $\Sigma A = +1$.

Les paramètres g_1, g_2, g_3 sont moins bien définis mais leurs variations sont liées.

$$\left\{ \begin{array}{l} g_1 = 78,36 \alpha' + 1,08 \\ g_2 = -30,78 \alpha' + 8,63 \\ g_3 = -118,6 \alpha' - 88,68 \\ -0,50 \lesssim \alpha' \lesssim 0 \end{array} \right.$$

Notons que, dans les deux hypothèses, la contribution du K' n'est pas négligeable. Autrement dit, la réaction $\pi + K \rightarrow K' + N + K$ existe ; or comme cette réaction a lieu dans un état pur de spin isotopique $I = \frac{1}{2}$, nous en concluons que la résonance K' est dans l'état $I = \frac{1}{2}$ [33].

Rappelons enfin que les résonances N_* et N_{**} nous ont apparu comme les termes prépondérants.

Certains auteurs ont pensé que le pic à l'arrière de la section efficace différentielle pourrait être expliqué en ne considérant que les termes de Born et le K' [34]. Effectivement, à haute énergie, ceci est possible, mais on se trouve alors incapable d'expliquer le pic de la section efficace totale. Nous avons donc été amené à faire intervenir l'isobare N_{**} qui rend compte de ce pic et aussi N_* car N_{**} seul conduisait à des aberrations dans la distribution angulaire à haute énergie.

En conclusion, le modèle permet d'expliquer la production du Λ , il apporte des résultats intéressants tant quantitatifs que qualitatifs, mais il ne permet pas de conclure et on peut espérer que son application à la production du Σ apportera des renseignements complémentaires.

APPENDICE

ETUDE DES VARIATIONS DE γ

A. $\gamma = 5$.

Nous allons supposer que la demi-largeur de résonance γ est la même que celle qui correspond au N_{**} . Soit 5 environ. Nous verrons que cette valeur est trop grande.

1) Au centre, dans les termes b_1 et b_2 seul λ_* intervient et l'on trouve :

$$\text{Pour } W = 12,09 \quad b_1^2(0) + b_2^2(0) = 397 \lambda_{**}^2$$

$$W = 12,44 \quad b_1^2(0) + b_2^2(0) = 52 \lambda_{**}^2$$

$$W = 13,58 \quad b_1^2(0) + b_2^2(0) = 1,6 \lambda_{**}^2$$

Nous voyons qu'au centre la contribution du λ_{**} est de loin la plus importante à $W = 12,09$. Or, à cette énergie, $\frac{d\sigma}{d\Omega}(0)$ est de l'ordre de 60. Nous avons donc une estimation de la valeur maximum que peut prendre $|\lambda_{**}|$

$$\lambda_{**}^2 < \frac{60}{397} \simeq 0,15$$

$$|\lambda_{**}| < 0,39$$

Par ailleurs, la contribution au centre des termes a_1 et a_2 sont voisines aux trois énergies. Or on ne peut pas avoir plus de 20 pour $\frac{d\sigma}{d\Omega}(0)$ à $W = 13,58$.

Par conséquent, en supposant que la contribution de $a_1(0)$ et $a_2(0)$ à $W = 12,09$ est inférieur à 30, on doit avoir à cette énergie

$$b_1^2(0) + b_2^2(0) > 30$$

ce qui entraîne :

$$|\lambda_{**}| < 0,27.$$

En résumé :

$$0,27 < |\lambda_{**}| < 0,39$$

en le choisissant par exemple négatif,

$$-0,39 < \lambda_{**} < -0,27.$$

2) A l'arrière, nous avons :

$$W_W = 12,09 \quad b_1^{(-1)} - b_2^{(-1)} = 19,20 \lambda_* + 45,6 \lambda_{**}$$

$$12,44 \quad b_1^{(-1)} - b_2^{(-1)} = 21,17 \lambda_* + 28,13 \lambda_{**}$$

$$13,58 \quad b_1^{(-1)} - b_2^{(-1)} = 22,37 \lambda_* - 6,49 \lambda_{**}$$

Si nous construisons alors les courbes représentatives de

$$b_1(-1) - b_2(-1)$$

en fonction de λ_* pour les valeurs de λ_{**} égales à $-0,27$, $-0,30$, $-0,35$ et $-0,39$, nous remarquons qu'il est impossible d'avoir $\lambda_* > 0$ car nous aurions alors :

$$|b_1(-1) - b_2(-1)|_{W=13,58} > |b_1(-1) - b_2(-1)|_{W=12,44}$$

ce qui ne convient pas, les contributions des a_1 et a_2 à l'arrière étant voisines à ces deux énergies.

Nous arrivons à la conclusion suivante :

1) λ_{**} doit être pris le plus petit possible ;

2) la valeur de λ_* correspondant à la meilleure situation expérimentale est voisine de $-0,2$, donnant alors :

$$\{b_1(-1) - b_2(-1)\}_{W=12,44} = -12$$

$$\{b_1(-1) - b_2(-1)\}_{W=13,58} = -6,5$$

Ces quantités restent mauvaises car bien trop faibles à $W = 13,58$, sans oublier que λ_* risque avec la valeur prise de donner un centre à $W = 12,09$ bien trop bas.

Une étude des coefficients des termes en λ_{**} en fonction de γ montre que l'on a intérêt à diminuer notablement γ et ce résultat est valable indépendamment des hypothèses formulées sur le K' et la partie relative $A\Sigma$.

Nous essayons donc $\gamma = 2$.

B. $\gamma = 2$.

Avec $\gamma = 2$, la situation est inverse. Par exemple, dans l'hypothèse du K' en onde P et d'une parité $\Sigma 1$ égale à -1 , nous avons constaté qu'il y avait intérêt à diminuer $\frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)$ à $W = 13,58$, augmenter $\frac{d\sigma}{d\Omega} (-1)$ à $W = 12,44$ et peut-être aussi le centre à $W = 12,09$ du fait de la faible valeur à cette énergie de $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ pour $\cos \theta = +0,5$.

Nous avons deux possibilités : faire varier λ_{**} ou faire varier γ .

1) Si nous augmentons λ_{**} , nous augmentons toutes les valeurs, notamment l'arrière à $W = 13,58$, et très fortement l'arrière à $W = 12,09$.

2) Si nous augmentons γ nous diminuons l'arrière à $W = 13,58$ et $W = 12,09$ et nous augmentons l'arrière à $W = 12,44$ ainsi que le centre à $W = 12,09$.

C'est donc la bonne variation à effectuer.

Prenons alors $\gamma = 2,5$.

C. Avec $\gamma = 2,5$, nous avons au centre à $W = 12,09$, par exemple pour :

$$\left\{ \begin{array}{l} g_1 = 23,4 \\ g_2 = 3,6 \\ g_4 = 15,6 \end{array} \right.$$

λ_{**}	— 0,19	— 0,18	— 0,17
$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	64	59	53

et à l'arrière à $W = 12,44$:

λ_{**}	— 0,19	— 0,18	— 0,17
$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	171	159	139

Nous obtenons en conclusion :

$$\boxed{\begin{array}{l} \gamma = 2,5 \\ \lambda_{**} = 0,18 \end{array}}$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. GELL-MANN, *Phys. Rev.*, **106**, 1296 (1957).
- [2] J. SCHWINGER, *Annals of Physics*, **2**, 407 (1957).
- [3] A. PAIS, *Phys. Rev.*, **110**, 1480 (1958).
- [4] J. TIOMNO, *Phys. Rev. Letter*, **6**, 120 (1961).
- [5] A.I. BAZ et L.B. OKUN, *Zurn. Eksp. Theor. Fiz.*, **35**, 757 (1958).
R. ADAIS, *Phys. Rev.*, **111**, 632 (1958).
M.H. ALSTON, J.A. ANDERSON, P.G. BURLEE, D.D. CARMONY,
F.S. CRAWFORD, N. SCHMITZ et S.E. WOLF, *Proceedings of
Rochester Conference* (1960).
- [6] F. TURKOT, *Rapport à la Conférence de Rochester* (1960).
- [7] M.M. BLOCK, E.B. BRUCK, I.S. HUGHES, T.K. KUCHI, C. MELTGER,
F. ANDERSON, A. REVSNER, E.M. HARTH, J. LEITNER et
H. OCOHN, *Phys. Rev. Letter*, **3**, 291 (1960).
- [8] Y.S. JIN, *Nuovo Cimento*, **12**, 455 (1959).
- [9] S. MANDELSTAM, *Phys. Rev.*, **112**, 1344 (1958) ; **115**, 1741, 1752
(1959).
- [10] M. GOURDIN et M. RIMPAULT, *Production associée des particules
étranges* (Bordeaux, 1959).
- [11] M. GOURDIN et M. RIMPAULT, *Nuovo Cimento*, **20**, 1166 (1961).
- [12] J.C. TROTTIN (thèse Bordeaux, 1960).
- [13] S. MANDELSTAM, *Phys. Rev. Letter*, **4**, 84 (1960).
- [14] Voir par exemple : Appendice III, dans M. GOURDIN et A. MARTIN,
Nuovo Cimento, **17**, 224 (1960).
- [15] R. QUERZOLI, G. SALVINI et A. SILVESTRINI, *Nuovo Cimento*,
19, 53 (1961).
- [16] S.J. LINDENBAUM et L.C.L. YUAW, *Phys. Rev.*, **93**, 917 et 1431
(1954) ; **103**, 404 (1956).
- [17] S.J. LINDENBAUM et R.M. STERNHEIMER, *Phys. Rev.*, **105**, 1874
(1957).
- [18] R.F. PEIERLS, Conférences données à l'Ecole d'Eté de Corse (1960),
Phys. Rev., **118**, 325 (1960).
- [19] L.W. ALVAREZ, *Phys. Rev. Letter*, **5**, 520 (1960).
M. FERRO-LUZZI, *Bull. Am. Phys. Soc.*, **5**, 509 (1960).
- [20] A. STANGHELLINI (communication privée).

- [21] D. AMATI, A. STANGHELLINI et B. VITALE. *Nuovo Cimento*, **13**, 1143 (1959), *Phys. Rev. Letter*, **5**, 524 (1960).
- [22] M.L. GOOD, Conférence de Rochester (1960).
- [23] L.W. ALVAREZ, *Phys. Rev. Letter*, **6**, 300 (1961).
- [24] J. BERNSTEIN et S. WEINBERG. *Phys. Rev. Letter*, **5**, 481 (1960).
- [25] Une étude utilisant les spineurs 3 2 a été faite par Ph. SALIN (Bordeaux, 1961), elle a conduit à des résultats identiques.
- [26] Une étude utilisant les spineurs 5 2 est en cours (Ph. SALIN).
- [27] En réalité elle n'est pas encore bien définie, voir par exemple : J.F. DETOEUF, Conférence d'Aix-en-Provence (1961).
- [28] J. LEITNER, *Phys. Rev. Letter*, **7**, 264 (1961).
- [29] Y. NAMBU et J.J. SAKURAI, *Phys. Rev. Letter*, **6**, 377 (1961).
- [30] A. KANAZAWA, $\left(\frac{g_{\pi K N}^2}{4\pi} \simeq 5 \right)$, *Phys. Rev.*, **123**, 997 (1961).
- [31] R. CAPPES, *Phys. Rev.*, **121**, 291 (1961).
- [32] J. FRANKLIN et S.F. TUAN, *Nuovo Cimento*, **5**, 1025 (1961).
- [33] M. SCHWARTZ, *Phys. Rev. Letter*, **6**, 556 (1961).
- [34] J.G. TAYLOR, *Nuclear Physics*, **9**, 357 (1959).

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Généralisation de la méthode de Hartree-Fock :
Applications aux problèmes à N corps.

VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 10 janvier 1962.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

M. ZAMANSKY.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

JEAN ROCHE.

IMPRIMERIE SAMIE - 21-23, rue Teulère, Bordeaux

Dépôt légal : n° 15.866 - 1^{er} trimestre 1962. - *Imprimé en France*

